

## Практическая реализация моделирования

### Сравнительные характеристики аналоговых и цифровых вычислительных устройств

На практике наибольшее распространение получили модели, построенные на аналоговой и цифровой технике.

Вычислительные устройства (ВУ) – это различные технические средства, предназначенные для автоматического или полуавтоматического выполнения соответствующих математических операций. В основном они разделяются на аналоговые (АВУ) и цифровые (ЦВУ). Они существенно отличаются друг от друга по представлению математических величин, возможностям изменения их, принципу действия, точности.

|  | АВУ  | ЦВУ   |
|--|--|---|
| Представление математических величин         | В АВУ математические величины $x, y, z, \dots$ представляются в аналоговой форме в виде подобных им различных физических величин, например, электрического напряжения, электрического сопротивления, углового перемещения.   | В ЦВУ математические величины представляются в цифровой форме, как правило, в двоичной системе счисления. Цифра каждого разряда символически изображается самостоятельно определенным состоянием некоторого простейшего элемента.   |
| Возможности изменения математических величин | В АВУ возможно непрерывное изменение математической величины $x$ в пределах определенного диапазона, при котором каждое значение отличается от ближайшего на бесконечно малую величину, равную дифференциалу $dx$ .          | В ЦВУ значения $x$ изменяются только дискретно, когда каждое значение отличается от ближайшего на некоторую конечную величину $\Delta x$ , равную, например, единице, десятой, сотой и т.д.   |
| Принцип выполнения математических операций   | В АВУ выполнение операций над математическими величинами основано на подобии уравнений, описывающих эти операции, и уравнений, описывающих поведение или состояние некоторых элементов этих устройств как физических систем. | В ЦВУ математические операции сводятся к арифметическому сложению или вычитанию, как это делается вручную.  |
| Быстродействие                               | В АВУ результат математической операции получается сразу же после ввода исходных данных и изменяется непрерывно по мере изменения этих данных.   | В ЦВУ математические операции выполняются в течение определенного промежутка времени, длительность которого зависит от их сложности. В процессе выполнения операции значение исходных данных, как правило, изменяться не могут. Новые данные могут быть введены только после окончания вычислений при прежних данных. |
| Точность                                     | В АВУ точность выполнения математических операций ограничена технологией изготовления различных элементов, реализующих эти операции. Практически достижимая наименьшая погрешность АВУ 0.1 ... 0.01%.                        | В ЦВУ точность математических операций определяется в основном количеством разрядов при числовом представлении математических величин.  |

## Аналоговые вычислительные машины (АВМ)

Аналоговое моделирование представляет собой математическое моделирование систем на аналоговых вычислительных машинах (АВМ). В этих машинах информация представляется в непрерывной форме в виде меняющихся во времени аналоговых величин (напряжений).

Конструктивно АВМ состоит из отдельных операционных блоков, каждый из которых выполняет одну математическую операцию.



Коммутационное поле АВМ обеспечивает коммутацию между отдельными операционными блоками.

Для решения задачи блоки коммутируются в определённой последовательности.

В аналоговых моделях отражение структуры объекта достигается моделированием по структурным схемам.

### Достоинства АВМ:

- Высокое быстродействие;
- Простота программирования, т.к. не требуется специальный язык программирования;
- Невысокая стоимость АВМ.

### Недостатки АВМ:

- Невысокая точность решения (обусловлена свойствами функциональных преобразователей и их температурной нестабильностью);
- Одна независимая переменная;
- Ограниченный класс задач (решаются только обыкновенные дифференциальные уравнения);
- Трудность перехода от одной задачи к другой (необходимо менять схему набора);
- Низкая степень автоматизации получения результатов.

### *Масштабирование переменных для АВМ*

При решении задачи средствами АВМ возникает необходимость масштабирования переменных, т.к. диапазон изменения моделируемых величин велик, а диапазон изменения напряжения операционных элементов АВМ гораздо ниже.

Приходится также масштабировать и время изменения переменных, т.к. реальное время моделируемых процессов может изменяться в интервале от нескольких часов до микросекунд, а время воспроизведения на АВМ ограничивается интервалом в несколько минут, что обусловлено необходимостью регистрации решения и температурной стабильностью установки.

Аналоговые величины масштабируются следующим образом:

$$M_x = \frac{U_{\max}}{X_{\max}},$$

где  $M_x$  – масштаб переменной,  $U_{\max}$  – максимальное значение напряжения для АВМ,  $X_{\max}$  – максимальное значение физической величины.

Аналогично избирается масштаб времени:

$$M_t = \frac{t}{t},$$

где  $M_t$  – масштаб изменения переменной по времени,  $t$  – время изменения машинных переменных,  $t$  – реальное время изменения физических величин.

С введением масштабов устанавливается связь между физическими и модельными величинами:

$$x = X \cdot M_x \text{ или } X = \frac{x}{M_x},$$

где  $x$  – машинная переменная.

Аналогично для времени:

$$t = t \cdot M_t \text{ или } t = \frac{t}{M_t}$$

### ***Добротность аналоговой вычислительной машины***

Точность результата, полученного на АВМ, оценить сложно, т.к. на точность влияют:

- о шибки операционных блоков (дрейф нуля операционных усилителей и точность значения питающего напряжения);
- различного рода помехи;
- точность измерительной аппаратуры.

Поэтому при оценке точности вводится обобщённая характеристика точности называемая добротностью АВМ, вычисляемая по формуле:

$$d = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\min}},$$

где  $E_{\max}$  – максимальное напряжение допустимое для АВМ (для АВМ собранных на лампах  $E_{\max} = 100\text{в}$ , для полупроводниковых АВМ  $E_{\max} = 10\text{в}$ );

$E_{\min}$  – минимальное допустимое напряжение для АВМ. Для каждой АВМ определяется экспериментально. Её численное значение зависит от уровня помех, от ошибок операционных блоков и от точности измерительной аппаратуры.

Если в течении длительного промежутка времени машинная переменная была меньше  $E_{\min}$ , то она была соизмерима с помехой, и следовательно результат решения задачи будет содержать значительную ошибку.

### ***Реализация аналоговых моделей***

Подобие оригинала и модели заключается в сходственности их математических описаний, обеспечиваемой реализацией модели соединением вычислительных блоков согласно так называемой схеме набора. При составлении структурных схем следует стремиться к уменьшению числа вычислительных блоков, их входных цепей и разветвлений, исключению операций дифференцирования, устранению замкнутых контуров, не содержащих интеграторов. Соблюдение этих требований способствует повышению точности моделирования.

## ***Общая методика моделирования на АВМ***

Процесс состоит из нескольких этапов.

1. Конкретизация условий задачи. Прежде всего целесообразно выяснить ожидаемый характер процесса, описываемого искомым решением. Характер процесса (сходящийся, расходящийся, колебательный) определяется устойчивостью или неустойчивостью системы, описываемой этим уравнением. Если установить его на основании физических соображений невозможно, следует подвергнуть анализу на устойчивость соответствующее характеристическое уравнение. Моделирование расходящихся функций всегда сопровождается значительными погрешностями. Во всех случаях желательно иметь сведения о пределах изменения переменных величин и их производных.

2. Приведение уравнения к виду, удобному для моделирования. При моделировании дифференциальных уравнений задача сводится к получению выражений для старших производных.

3. Составление структурной схемы. Выполняется согласно изложенному выше. Первый вариант схемы анализируется для выяснения возможностей улучшения. Следует стремиться к минимизации числа блоков, нагрузки каждого из них и числа входов сумматоров и сумматоров - интеграторов.

4. Масштабирование. После составления окончательной структурной схемы вводят масштабы сходственных математических и машинных переменных так, чтобы они были положительными. Затем выбирают значения масштабов и коэффициентов передачи решающих усилителей, удовлетворяющих соответствующим масштабным уравнениям. При выборе масштабов следует иметь в виду, что чем они меньше тем выше точность моделирования.

Основная трудность масштабирования обусловлена тем, что максимальные значения моделируемых переменных в большинстве случаев неизвестны. Поэтому сначала масштабы выбирают в той или иной мере произвольно (но с учетом масштабных уравнений), а затем уточняют по результатам пробных машинных решений.

5. Набор и решение задачи. Набор задачи означает коммутацию вычислительных блоков соответственно структурной схеме, установку коэффициентов передачи решающих усилителей, настройку блоков нелинейностей, ввод начальных условий. После этого следует пробное решение задачи с уточнением масштабов и коэффициентов передачи.

6. Фиксация решения. Для автоматической записи медленно изменяющихся напряжений применяют самописцы, для записи более быстрых шлейфные и электроннолучевые осциллографы. Напряжения интеграторов можно фиксировать в различные моменты времени и строить график по точкам. Возможно частое автоматическое повторение процесса решения при помощи специального периодизатора, автоматически выполняющего все необходимые переключения блоков. В этом случае применение в качестве индикатора решения электронно-лучевой трубки с длительным послесвечением обеспечивает наблюдение результата в виде «застывшей» на экране кривой.

## Цифровое моделирование

Цифровое моделирование на современном этапе развивается наиболее динамично. Это связано с интенсивным развитием математического обеспечения, формирующегося в виде пакетов прикладных программ. Использование этих пакетов повышает производительность моделирования и одновременно упрощает его.

### Достоинства метода цифрового моделирования:

- Решается любой класс задач подлежащих математической интерпретации;
- Высокая точность решения (ограничена только временем решения задачи);
- Легкость перехода от одной задачи к другой (необходимо лишь перезапустить программу);
- Возможность исследования объектов высокой размерности.

Недостаток метода цифрового моделирования – конечное время моделирования, которое может не совпадать с реальным временем.

Цифровая вычислительная машина – это комплекс технических устройств, в которых могут протекать процессы, отображающие (моделирующие) действия с числами. Именно действия над числами составляют суть вычислительных операций при численном решении различных математических задач. Моделирование процесса численного решения математической задачи на ЦВМ практически означает автоматическое решение ее с помощью ЦВМ.

Числа могут не только выражать значение постоянных и переменных величин, но и являться символическими условными моделями самых разнообразных других объектов - букв, слов, предметов, явлений и т.д. Это позволяет свести к действиям над числами различные невычислительные задачи, например, определение числа объектов с заданными свойствами. Благодаря этому возможно моделирование на ЦВМ процедуры решения невычислительной задачи, т.е. машинная реализация этого решения.

Процесс функционирования любого материального объекта представляет последовательную смену его состояний во времени, каждое из которых определяют конкретные значения некоторых физических величин. Если объект является непрерывной системой, то эти величины - непрерывные функции непрерывного времени.

Математическое описание объекта составляют различные математические формы выражения количественных соотношений между переменными и постоянными. Это различные функции, уравнения, системы уравнений, условия однозначности их решений, неравенства и другие математические представления.

Если известно математическое описание функционирования объекта-оригинала, согласно этому описанию определен процесс над числами, выражающими значения величин, характеризующих состояние объекта, и этот процесс отображен в ЦВМ, то процесс, реализуемый ЦВМ, является материальной функциональной формальной математической подобной цифровой моделью оригинала.

Дискретная природа функционирования ЦВМ требует, как правило, приведение исходного математического описания оригинала к виду, удобному для цифрового моделирования. Прежде всего необходима дискретизация непрерывных величин. При этом непрерывные функции подвергаются квантованию по уровню и аргументу. В результате непрерывная функция непрерывного аргумента  $y = f(t)$  превращается в дискретную функцию дискретного аргумента

$$T_y k_y = f(T_k),$$

где  $k$  и  $k_y$  - числа принимающие значения  $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ;  $T$  и  $T_y$  – кванты переменных  $t$  и  $y$ .

Квантование по уровню – это замена значения  $y$  соответствующим числом определенной разрядности, сопровождающаяся погрешностью округления

$$\Delta_y < T_y/2.$$

Поскольку в современных ЦВМ число разрядов велико 32 и более и погрешность пренебрежимо мала, поэтому практически можно считать, что функционирование ЦВМ описывается решетчатыми функциями вида

$$y = f(T_k) = f[k]$$

и моделирует их.

## *Алгоритм цифрового моделирования*

Для цифрового моделирования оригинала необходима алгоритмизация математического описания оригинала. Алгоритм – это точно определенное правило выполнения расчетных операций над числами, последовательность которых составляет общий процесс преобразования исходных данных в результат решения соответствующей задачи. Алгоритмизация математического описания заключается в получении соответствующего этому описанию алгоритма. Если, например, функционирование оригинала описывается дифференциальным уравнением, то алгоритмизация заключается в составлении алгоритма численного решения этого уравнения. По существу алгоритмизация математического описания и заключается в приведении его к виду, удобному для цифрового моделирования. Она выполняется на основе выбранного численного метода решения задачи, который позволяет свести решение к арифметическим действиям. При этом часто оказывается полезным применение аппарата решетчатых функций

Алгоритм может быть представлен в трех основных формах: аналитической, словесной и структурной.

Аналитическая форма алгоритма – это выражение его в виде явной функции соответствующих аргументов или в виде рекуррентной формулы. Форма отличается большой компактностью, но возможности применения ее ограничены.

Словесная форма алгоритма – это его описание на естественном языке, обстоятельная инструкция для лица, решающего задачу вручную на бумаге. Форма является универсальной, но отличается громоздкостью и отсутствием наглядности.

Структурная форма алгоритма – это его описание в виде структурной схемы, состоящей из отдельных блоков, соединенных прямыми линиями. Каждый блок соответствует некоторой операции над числами. Форма является универсальной, компактной и наглядной. Поэтому она используется наиболее часто.

В целом процесс моделирования на ЦВМ состоит из следующих этапов:

1. Составление исходного алгоритма, т.е. алгоритмизация математического описания оригинала.

2. Составление промежуточного алгоритма на алгоритмическом языке.

3. Получение машинного алгоритма.

4. Отладка программы.

5. Машинная реализация решения задачи.

Первые четыре подготовительных этапа значительно упрощаются благодаря применению типовых алгоритмов и соответствующих им стандартных программ, заранее составленных и многократно используемых для решения таких задач, как вычисление элементарных функций, определение нулей полиномов, перевод чисел из одной системы счисления в другую и др.

Комплекс программных средств, предназначенных для снижения трудоемкости подготовительной работы, повышения эффективности использования машины и облегчения ее эксплуатации, называется математическим обеспечением ЦВМ.

## ***Этапы проектирования цифровой модели***

Первым этапом при проектировании является выбор наиболее подходящей математической модели. Этот этап должен обеспечить получение наиболее удачной математической модели и выработку требований к условиям модели;

Вторым этапом процесса проектирования является подготовка математической модели для моделирования. Задача решается приведением к структурной схеме дискретного процесса и приведением системы уравнений к дискретной форме. Этот этап завершается двумя результатами: математическим описанием и структурной схемой всей дискретной системы. Структурная схема полученной дискретной системы должна быть идентична структурной схеме непрерывной системы по потоку информации;

Третьим этапом является написание программы для осуществления математического моделирования. Это решающий этап, содержащий строгое соблюдение временных соотношений в синтезируемой математической модели, как правило, наибольшее число проблем возникает при переходе от задач второго этапа к задачам третьего этапа;

Четвертый этап – испытание, проверка и отладка модели. В результате получается законченная модель.

## **Гибридное моделирование**

Преимущества аналогового и цифрового моделирования могут быть объединены принципом аналого-цифрового (гибридного) моделирования.

Суть данного вида моделирования заключается в том, что уравнения описывающие объект решаются аналоговым способом, а коэффициенты – цифровым моделированием.

Области применения гибридного моделирования:

- 1) Там, где вместе с высоким быстродействием предъявляются высокие требования к точности;
- 2) Там, где требуется автоматизация получения результатов;
- 3) Тенденция перехода к гибриднему моделированию связана с широким применением вычислительных машин в контурах регулирования.

## Имитационное моделирование

### *Сущность имитационного моделирования*

Почему необходим двойной термин «имитационное моделирование». Слова имитация и моделирование являются почти синонимами. Фактически все расчетные методы на ЭВМ во всех областях науки и техники являются моделями реальных процессов. Чтобы отличить математические модели друг от друга, исследователи стали давать им дополнительные названия. Термин «имитационное моделирование» означает, что мы имеем дело с такими математическими моделями, с помощью которых результат нельзя заранее вычислить или предсказать, поэтому для предсказания поведения реальной сложной системы необходим эксперимент (имитация) на модели при заданных исходных данных.

Имитация представляет собой численный метод проведения на ЭВМ экспериментов с математическими моделями, описывающими поведение сложных систем в течение заданного времени.

При имитационном моделировании динамические процессы объекта подменяются процессами, имитируемыми в абстрактной модели, но с соблюдением основных правил (режимов, алгоритмов) функционирования оригинала. В процессе имитации фиксируются определенные события и состояния или измеряются выходные воздействия, по которым вычисляются характеристики качества функционирования системы.

Имитационное моделирование позволяет рассматривать процессы, происходящие в системе, практически на любом уровне детализации. В имитационной модели можно реализовать практически любой алгоритм управленческой деятельности или поведения системы. Кроме того, модели, которые допускают исследование аналитическими методами, также могут анализироваться имитационными методами. Все это служит причиной того, что имитационные методы моделирования в настоящее время становятся основными методами исследования сложных систем.

Поведение компонент сложной системы и их взаимодействие в имитационной модели чаще всего описывается набором алгоритмов, реализуемых на некотором языке моделирования. Все эти описания представляют собой программную имитационную модель, которую необходимо сначала отладить и испытать, а затем использовать для постановки эксперимента на ЭВМ. Поэтому под процессом имитации на ЭВМ понимают:

1. конструирование модели;
2. испытание модели;
3. применение модели для изучения некоторого явления или проблемы.

При построении имитационной модели исследователя интересует прежде всего возможность вычисления некоторого функционала, заданного на множестве реализаций процесса функционирования изучаемой сложной системы и характеризующего поведения объекта имитации. Наиболее важным для исследователя функционалом является показатель эффективности системы. Имитируя различные реальные ситуации на имитационных моделях, исследователь получает возможность решения следующих задач:

1. оценка эффективности различных принципов управления системой;
2. сравнение вариантов структуры системы;
3. определение степени влияния изменений параметров системы и начальных условий имитации ее поведения на показатель эффективности системы.



## Процесс имитационного исследования:



Особенностью имитационного моделирования является то, что имитационная модель позволяет воспроизводить моделируемые объекты:

- с сохранением их логической структуры;
- с сохранением поведенческих свойств (последовательности чередования во времени событий, происходящих в системе), т.е. динамики взаимодействий.

При имитационном моделировании структура моделируемой системы адекватно отображается в модели, а процессы ее функционирования проигрываются (имитируются) на построенной модели. Поэтому построение имитационной модели заключается в описании структуры и процессов функционирования моделируемого объекта или системы. В описании имитационной модели выделяют две составляющие:

- статическое описание системы, которое по-существу является описанием ее структуры. При разработке имитационной модели необходимо применять структурный анализ моделируемых процессов.
- динамическое описание системы, или описание динамики взаимодействий ее элементов. При его составлении фактически требуется построение функциональной модели моделируемых динамических процессов.

## ***Цифровое моделирование больших систем***

### Характерные особенности больших систем

При проектировании таких сложных объектов, как, например, технологических комплексов, АСУ производством, вычислительных комплексов и т.д., возникают задачи, требующие исследования количественных закономерностей функционирования этих объектов.

Для решения таких задач используются расчётные и экспериментальные методы. Ранее от расчетов не требовалось особо высокой точности, т.к. погрешность вычислений компенсировалась увеличением объема натурального эксперимента, созданием ряда опытных образцов и «доведения» изделия в результате доработок.

Если проводится разработка большого комплекса, то использование натурального эксперимента становится проблематичным из-за колоссального роста затрат временем и средств.

Особенности больших систем:

1. наличие большого числа элементов системы;
2. сложный характер связей между элементами;
3. сложность функций выполняемых системой;
4. наличие сложноорганизованного управления;
5. необходимость учёта воздействия с окружающей средой и воздействия случайных факторов;
6. высокая степень автоматизации работ в системе и применение ЭВМ в качестве основного управляющего звена.

В существующем многообразии созданных и проектируемых систем выделить с достаточной точностью класс сложных систем невозможно. Отнесение какой либо системы к разряду сложных или простых весьма условно и, в основном, определяются той задачей, которая ставится перед исследователем при ее изучении. Таким образом, одна и та же система в зависимости от целей ее анализа рассматривается как сложная или как простая.

#### Аналитические модели

В аналитических моделях – процессы функционирования элементов сложной системы записываются в виде некоторых функциональных соотношений (алгебраических, интегральных, дифференциальных) или логических условий.

Аналитическая модель может исследоваться одним из следующих способов:

– аналитический способ – получение в обобщённом виде явных зависимостей для искомых величин;

– численный способ – если нет возможности решить имеющиеся уравнение в общем виде, но можно получить численный результат при конкретных начальных данных;

– качественный способ – нет решения в явном виде, но можно найти некоторые свойства решения, например, оценить его устойчивость.

При моделировании на ЭВМ вместо аналитического способа исследования используется алгоритмическое описание процесса функционирования модели.

Наиболее полное, а в некоторых случаях и исчерпывающее исследование можно провести в том случае, если получены явные зависимости, связывающие искомые величины с параметрами системы и начальными условиями. Однако, их удается получить лишь для сравнительно простых систем. Поскольку обобщенная система достаточно сложна, аналитическое исследование сталкивается с непреодолимыми трудностями. Поэтому, стремясь получить аналитическое решение, идут на упрощение первоначальной модели, чтобы иметь возможность изучать некоторые общие свойства системы.

В отдельных случаях исследователя могут удовлетворить и те выводы, которые можно получить при качественных методах анализа математической модели.

При исследовании сложной системы, часто для получения аналитического решения задачи приходится вводить жесткие ограничения на ее модель и прибегать к упрощениям. При этом приходится пренебрегать некоторыми особенностями системы, от чего созданная модель уже перестает быть средством изучения рассматриваемой большой системы. И все же, часто стремятся к построению такой аналитической модели, которая обеспечивает хотя бы и грубое, но простое и достаточно удобное решение рассматриваемой задачи. Оно обычно используется как ориентировочное до получения более точных решений другими методами.

Численные методы применимы к значительно более широкому классу функциональных уравнений, однако получаемые решения носят частный характер, и не всегда есть возможность получить из них выводы общего характера.

В зависимости от используемого математического аппарата и применяемых методов формализации различают следующие виды аналитических моделей: модели математического программирования, сетевые модели, модели физических явлений, модели массового обслуживания, модели теории игр и т.д.

#### Имитационные модели

В имитационных моделях моделирующий алгоритм приближенно воспроизводит процесс-оригинал в смысле его функционирования во времени, причем имитируются элементарные явления, составляющие процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания во времени.

Сущность рассматриваемого метода моделирования состоит в реализации на ЭВМ специального алгоритма, который воспроизводит формализованный процесс сложной системы. Моделирующий алгоритм позволяет по исходным данным, содержащим сведения о начальном состоянии процесса (входной информации) и его параметрах, получить информацию о состояниях процесса в произвольные моменты времени.

Все имитационные модели представляют собой модели типа так называемого "черного ящика". Это означает, что они обеспечивают выдачу выходных параметров системы, если на ее взаимодействующие подсистемы поступают входные воздействия. Поэтому для получения необходимой информации или результатов следует осуществить "прогон" (реализацию, "репетицию") моделей, а не "решать" их. Имитационные модели не способны формировать свое собственное решение в том виде, в каком это имеет место в аналитических моделях, а могут лишь служить средством для анализа поведения системы в условиях, которые определяются экспериментатором.

В моделирующем алгоритме можно выделить три основных типа подалгоритмов, выполняющих одну из следующих функций:

1. моделирование какого-либо элементарного подпроцесса исследуемого процесса;
2. учет взаимодействия элементарных подпроцессов и объединение их в единый процесс;
3. обеспечение согласованной работы отдельных подалгоритмов при реализации модели на ЭВМ.

Влияние случайных факторов на течение процесса имитируется с помощью случайных чисел с заданными или вырабатываемыми в процессе моделирования вероятностными характеристиками.

### *Пример имитационной модели*

При моделировании процессов не обязательно преобразовывать математическую модель в специальную систему уравнений относительно искомых величин. В ряде случаев достаточно имитировать сами явления, описываемые математической моделью, с сохранением их логической структуры, последовательности чередования во времени, а иногда и физического содержания, с помощью моделирующих установок или ЭВМ.

В противоположность аналитическим и численным методам содержание операций, осуществляемых при имитационном моделировании, слабо зависит от того, какие величины выбрали в качестве искомых.

#### Модель стратегии обслуживания автобуса

Пусть  $E$  – основное состояние автобуса (исправен и осуществляется  $N$  рейсов за смену);

$A$  – состояние, когда автобус нуждается в мелком профилактическом ремонте в продолжение времени одного рейса;

$B$  – состояние, когда автобус нуждается в немедленном текущем ремонте длительностью в одну смену.

Предположим, что  $a$  – вероятность перехода автобуса из состояния  $E$  в состояние  $A$ ,

$b$  – вероятность перехода автобуса из состояния  $A$  в состояние  $B$ .

Требуется выбрать одну из следующих стратегий обслуживания автобуса:

1. стратегия  $a$  – как только автобус переходит в состояние  $A$  он ремонтируется;
2. стратегия  $b$  – автобус работает до тех пор пока не перейдет в состояние  $B$ .

Лучшая стратегия та, которая даёт наибольшее число рейсов в день.

Предполагается, что каждый день автобус выходит на линию в состояние  $E$ , т.е. при любой стратегии автобус заканчивающий  $N$  рейсов в состояние  $A$  или  $B$  ночью ремонтируется.

При моделировании формируется выборка случайного числа  $x$  и с помощью соответствующей таблицы имитируется состояние, в котором находился автобус в конце рейса. В начале имитируется один рейс при стратегии  $\alpha$ , потом при  $\beta$  и т.д., после чего подсчитывается среднее число рейсов в день, фактически выполненных автобусом при стратегиях  $\alpha$  и  $\beta$  и их разность.

Метод имитации позволяет производить изменения в модели простым изменением схемы алгоритма. Полученные результаты обрабатываются статистическими методами, и на основе статистических данных принимается решения о преимуществе одной стратегии перед другой.

## ***Условия использования имитационных моделей***

Использовать имитационную модель большой системы, при решении задач проектирования, возможно в следующих случаях:

1. не существует законченной математической постановки данной задачи, либо еще не разработаны аналитические методы решения сформулированной математической модели;
2. аналитические методы существуют, но математические процедуры столь сложны и трудоемки, что имитационное моделирование дает более простой способ решения задачи;
3. кроме оценки выходных параметров, требуется осуществить на имитационной модели наблюдение за ходом процесса в течении определенного периода времени;
4. имитационное моделирование может оказаться единственной возможностью при постановке экспериментов и наблюдения явлений в реальных условиях (например: изучения поведения космических кораблей в условиях межпланетных полетов);
5. для долговременного действия систем или процессов может понадобиться сжатие временной шкалы. Имитационное моделирование дает возможность полностью контролировать время изучаемого процесса, поскольку время протекания процесса или явления может быть ускоренно или замедленно по желанию;
6. дополнительное преимущество имитационного моделирования состоит в том, что использование имитационной модели позволяет экспериментатору видеть и «разыгрывать» на модели реальные процессы и ситуации. Это позволяет понять и прочувствовать проблему, что стимулирует процесс поиска нововведений в большой системе;
7. имитацию можно использовать для изучения новых ситуаций, относительно которых или не известно ничего, или известно очень мало. Таким образом, имитация может служить для предварительной проверки новых стратегий и правил принятия решений перед проведением экспериментов на реальной системе;
8. для некоторых типов стохастических моделей особое значение имеет последовательность событий. Данные только об ожидаемых значениях могут оказаться недостаточными для описания процесса. В этих условиях единственным удовлетворительным способом получения нужной информации может служить имитационная модель. Имитацию можно использовать для предсказания узких мест и других трудностей возникающих в поведении больших систем при введении в нее новых элементов.

## ***Недостатки имитационных моделей***

Имитационные модели обладают рядом существенных недостатков:

1. Разработка хорошей имитационной модели часто обходится дорого и требует больших затрат времени.
2. Иногда кажется, что имитационная модель отражает реальное положение вещей, хотя в действительности это не так. Если не учитывать этого, то некоторые свойственные имитации особенности могут привести к неверному решению.
3. Имитационная модель в принципе неточна, и нет возможности измерить степень этой неточности. Это затруднение может быть преодолено лишь частично путем анализа чувствительности модели к изменению определенных параметров.
4. На имитационной модели можно получить ответ только после очередного имитационного эксперимента и возможности прогнозирования имитационного моделирования значительно меньше, чем аналитического моделирования.

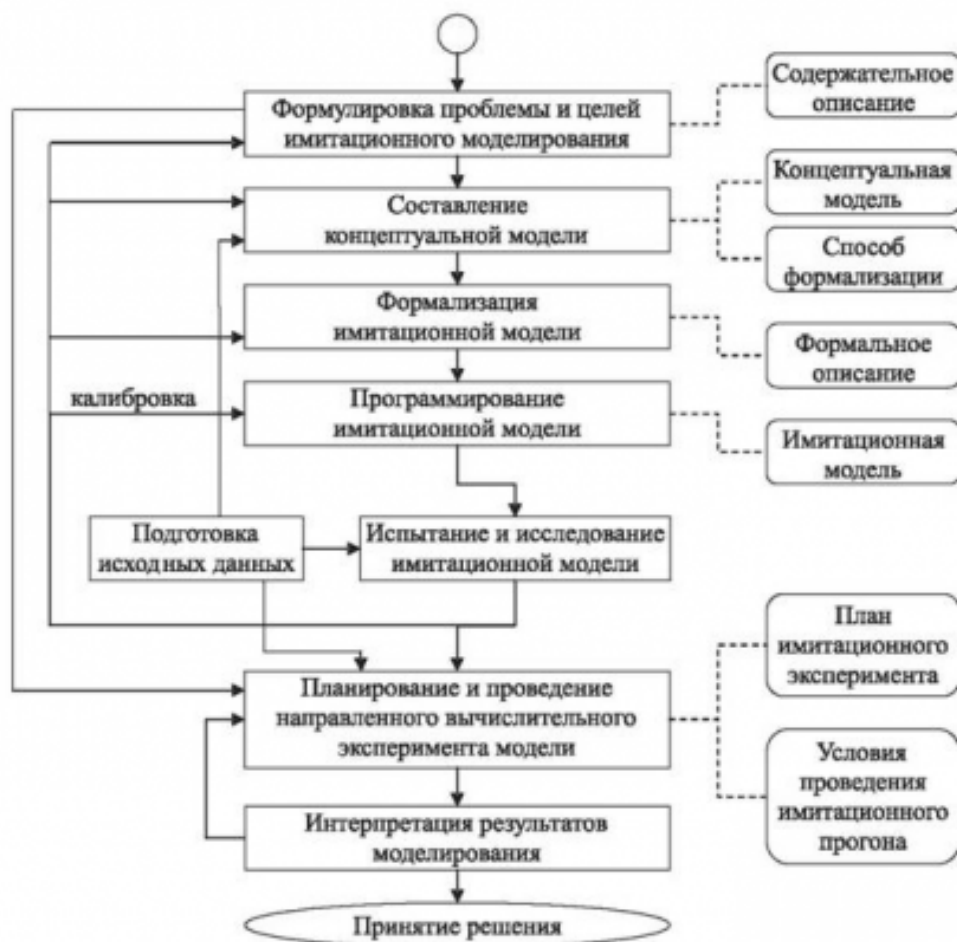
Тем не менее, имитационное моделирование широко используется при решении задач синтеза больших систем, т.к. позволяет производить детализацию систем любого уровня сложности и исследовать динамику развития процесса процессов.

## Технология моделирования сложных систем

### Технологические этапы создания и использования имитационных моделей

Независимо от способа проектирования сложной системы и назначения моделирования можно выделить следующие этапы создания и использования математических моделей:

1. Составление содержательного описания объекта моделирования – определение объекта имитации, установление границ и ограничений моделирования, выбор показателей для сравнения эффективности вариантов системы;
2. Составление концептуальной модели – формулировка замысла модели, переход от реальной системы к логической схеме ее функционирования;
3. Составление формального описания объекта – реализация описания объекта в терминах математических понятий и алгоритмизация функционирования ее компонент;
4. Составление описания имитационной модели – преобразование формального описания объекта в описание имитационной модели;
5. Программирование модели – программирование и отладка модели;
6. Испытание и исследование модели – проверка модели, оценка ее свойств и затрат ресурсов на имитацию;
7. Эксплуатация модели – организация модельного эксперимента на ЭВМ;
8. Анализ результатов – интерпретация результатов моделирования и их использование в ходе проектирования сложной системы.



## **Выбор средств моделирования**

### ***Технические средства моделирования***

После выбора метода моделирования необходимо выбрать технические и программные средства для проведения исследования модели с помощью ВС. В качестве программных средств могут быть использованы процедурно-ориентированные алгоритмические языки, проблемно-ориентированные языки или автоматизированные системы моделирования.

Для исследования моделей применяются универсальные или специализированные ВС. Для проведения аналитического моделирования с помощью универсальных ВС зачастую не предъявляется каких-либо особых требований к техническим средствам. Основным требованием к универсальным ВС, которые используются для имитационного моделирования, является наличие оперативной памяти достаточно большой емкости. Это объясняется тем, что в процессе модельного эксперимента постоянно производятся чередующиеся обращения к параметрам элементов и воздействий (к атрибутам статических и динамических составляющих), поэтому все они должны находиться в оперативной памяти.

Каждый модельный эксперимент при статистическом моделировании требует существенных затрат машинного времени, поэтому желательно использовать для моделирования высокопроизводительные ВС. Остальные требования к составу и техническим характеристикам универсальных ВС не являются существенными.

К специальным техническим средствам аналитического моделирования относятся аналоговые вычислительные машины, используемые для исследования непрерывных детерминированных систем.

В связи с широким применением имитационного моделирования в различных областях все более актуальными становятся разработка и выпуск специализированных ВС. К таким средствам относятся стохастические машины, машины имитационного моделирования и гибридные моделирующие комплексы. Наиболее мощными специализированными техническими средствами моделирования призваны стать распределенные системы моделирования.

### ***Алгоритмические языки***

Для создания программных моделей могут использоваться универсальные процедурно-ориентированные алгоритмические языки высокого уровня такие, как Pascal, Delphi, C++, Java и др. Известны примеры применения алгоритмических языков для составления программ имитационного моделирования ВС. При создании имитационных моделей на языках общего назначения возникает ряд трудностей, не типичных для практики программирования традиционных задач обработки данных. Эти трудности связаны с двумя основными особенностями алгоритмов имитационного моделирования.

Первая особенность заключается в том, что алгоритмы поведения сложных систем относятся к параллельным алгоритмам, то есть предполагающим выполнение более чем одного преобразования в каждый момент времени. Трудности программирования параллельных алгоритмов состоят в том, что алгоритмические языки ориентированы на описание чисто последовательных процессов. Программная имитация параллельных процессов при использовании языков высокого уровня сводится к организации псевдопараллельного развития параллельных процессов, что достаточно сложно для программирования.

Вторая особенность состоит в том, что в процессе моделирования необходима обработка данных, объем которых весьма трудно оценить априорно. Это обусловлено динамическим характером имитационных моделей и их направленностью на изучение массовых процессов в системах. При программировании таких алгоритмов первостепенное внимание уделяется динамическому распределению оперативной памяти.

Достоинства применения процедурно-ориентированных языков для составления программ имитационного моделирования состоят в возможности использования стандартного программного обеспечения ВС, написания экономичных по затратам памяти и быстродействующих программ, учета детальных особенностей функционирования моделируемых систем.

## ***Языки моделирования***

При создании программ имитационного моделирования возникают задачи, общие для широкого класса моделей:

- организация псевдопараллельного выполнения алгоритмов;
- динамическое распределение памяти;
- операции с модельным временем, отображающим астрономическое время функционирования оригинала;
- имитация случайных процессов;
- ведение массива событий;
- сбор и обработка результатов моделирования.

Для облегчения решения этих и некоторых других задач созданы специальные проблемно-ориентированные средства (программные системы), которые называют языками моделирования. Решение перечисленных выше задач осуществляется полностью или частично внутренними средствами языка.

Описательные средства языков моделирования позволяют идентифицировать и задавать параметры моделируемой системы и внешних воздействий, алгоритмы функционирования и управления, режимы и требуемые результаты моделирования. По структуре и правилам программирования языки моделирования подобны процедурно-ориентированным алгоритмическим языкам высокого уровня. Они имеют тот или иной набор операторов, сопровождаемых соответствующими операндами. Но операторы языков моделирования предопределяют выполнение более сложных процедур, поэтому языки моделирования имеют более высокий уровень по сравнению с уровнем алгоритмических языков, что упрощает составление программ. Языки моделирования следует рассматривать как формализованный базис создания математических моделей.

В настоящее время известно более 500 языков моделирования. Такое множество языков частично обусловлено разнообразием классов моделируемых систем, методов их формализованного математического описания, целей и методов моделирования. По классу систем языки подразделяются на семейства, ориентированные на моделирование дискретных, непрерывных и комбинированных систем. В отдельное семейство выделяются языки, предназначенные для автоматизированного составления схем соединения блоков аналоговых ЭВМ. Другим классификационным признаком может служить алгоритмический или структурный подход к описанию процессов функционирования систем. Можно подразделить языки и по другим признакам.

## ***Автоматизированные системы моделирования***

Желание дальнейшего упрощения и ускорения процесса создания машинных моделей привело к реализации идей по автоматизации программирования имитационных моделей. Создан ряд систем, которые избавляют исследователя от программирования. Программа создается автоматически по одной из формализованных схем на основании задаваемых исследователем параметров системы, внешних воздействий и особенностей функционирования. Исходные данные представляются в той или иной канонической форме или в ходе диалога с ВС. По результатам машинного эксперимента основные выходные данные вычисляются и выводятся автоматически, дополнительные – по указанию исследователя. Такие системы называют еще универсальными автоматизированными имитационными моделями, или генераторами имитационных программ.

## *Задача выбора*

Перед исследователями систем, использующими имитационное моделирование, неизбежно возникает задача выбора соответствующих программных средств моделирования. Обилие этих средств, в большинстве своем реализованных на разнотипных ВС, отсутствие исчерпывающей документации, единой методики сравнения существующих систем значительно усложняет решение этой задачи.

Программные и технические средства моделирования выбираются с учетом ряда критериев:  
– (главный обязательный критерий) достаточность и полнота средств для реализации концептуальной и математической модели;

- доступность средств;
- наличие у исследователя информации о тех или других средствах;
- простота и легкость освоения программных средств моделирования;
- скорость и корректность создания программной модели;
- существование методики использования средств для моделирования систем определенного класса.