

Неопределённость в моделях систем

В общем случае осложненные условия эксплуатации современных технологических комплексов приводят к необходимости учета в процессе контроля и управления следующих видов неопределенности:

1. Низкая точность оперативной информации, получаемой с объектов управления, возникающая ввиду

- большой погрешности датчиков замера технологических параметров,
- их невысокой надежности,
- отказов каналов связи,
- большого запаздывания при передаче информации по уровням управления,
- отсутствия возможности замеров параметров во всех точках технологического процесса,

необходимых для моделей.

Наличие такого вида неопределенности вызывает неточность в задании переменных величин в моделях, начальных и граничных условий.

2. Неточность моделей объектов контроля и управления, вызванная неэквивалентностью решений системных многоуровневых иерархических моделей и используемых на практике отдельных локальных задач.

Неточность моделей может возникать из-за

- неверно проведенной декомпозиции общей задачи управления,
- излишней идеализации модели сложного процесса,
- разрыва существенных связей в технологическом комплексе,
- линеаризации,
- дискретизации,
- замены фактических характеристик оборудования паспортными,
- нарушения допущений, принятых при выводе уравнений (стационарности, изотермичности, однородности и т.д.).

3. Нечеткость в процессе принятия решений в многоуровневых иерархических системах, обусловленная тем, что наличие четких (точных) целей и координирующих решений на каждом уровне контроля и управления, и для каждого локального устройства регулирования затрудняет процесс координации и предопределяет длительный итеративный характер согласования решений.

4. Наличие диспетчера в контуре управления и ведение процесса координации на естественном языке приводит к необходимости учета трудностей представления знаний диспетчера в виде алгоритмов и согласованности полученного ЭВМ решения с его оценкой:

– ненадежность исходной информации, получаемой от диспетчера в режиме принятия решения, неточность оценок, недоопределенность понятий и терминов, неуверенность диспетчеров в своих заключениях;

– нечеткость (неоднозначность) естественного языка (лингвистическая неопределенность) и языка представления правил в системах экспертного типа;

– процедура принятия решения базируется на неполной информации, то есть нечетких посылах;

– неопределенность проявляется при агрегации правил и моделей, исходящих от разных источников знаний или от диспетчеров различных уровней управления (эти правила и модели могут быть противоречивыми, избыточными и т.п.).

Когда технолог или диспетчер сталкиваются с неопределенностью реальной системы в процессе принятия решений, то он поступает самыми различными способами:

1. чаще всего сознательно (или бессознательно) игнорирует существование неопределенности и использует детерминированные модели;

2. выбирает один наиболее существенный, с его точки зрения, вид неопределенности и использует соответствующую теорию, так как разработанные в настоящее время количественные методы принятия решений помогают выбрать наилучшие из множества возможных решений лишь в условиях конкретного вида неопределенности;

3. проводит дополнительные исследования системы или получает информацию в ходе контроля (адаптация и обучение) или управления (дуальное управление системой).

Особенности решения задач в реальном масштабе времени приводят к тому, что недостаток вычислительных возможностей (несоответствие вычислительных ресурсов сложности задачи) эквивалентен, в некотором смысле, недостатку информации об условиях задачи.

Неопределенность можно проклассифицировать по степени неопределенности (полная определенность, вероятностная, лингвистическая, интервальная, полная неопределенность), по характеру неопределенности (параметрическая, структурная, ситуационная) и по использованию получаемой в ходе управления информации (устраняемая и неустраняемая).



Способы преодоления неопределённости:

1) Адаптивное оценивание

Системой можно управлять либо на основе априорных сведений в виде программы на весь период функционирования системы, либо с помощью процедур адаптивного и рекуррентного оценивания для устранения априорной параметрической неопределенности с использованием принципов управления с обратной связью.

2) Идентификация

В зависимости от степени изученности объекта может применяться структурная идентификация (когда неизвестна структура объекта управления и лежащие в ее основе физические законы) или параметрическая идентификация (если неопределенность в представлении объекта можно свести к неопределенности векторного параметра).

3) Дуальное управление

В теории управления с неполной информацией важное место принадлежит задачам, в которых неизвестные параметры объекта управления заданы с точностью до априорных оценок, а процессы управления и идентификации должны происходить одновременно. Последнее обстоятельство привело к появлению теории дуального управления, где, как правило, неизвестным параметрам приписываются вероятностные распределения, заданные с точностью до априорных оценок случайных величин.

4) Стохастическое управление

Присутствие в процессе принятия решений неопределенности не позволяет точно оценить влияние управляющих воздействий на целевую функцию. Если неопределенности, существующие как в самой системе, так и в наблюдениях, могут быть представлены как стохастические процессы, то к таким задачам применимы методы стохастического управления. Однако имеется сравнительно большой класс проблем, при решении которых эти методы неэффективны. Последнее можно объяснить тем, что набор стандартных вероятностных понятий и методов оказывается неадекватным для описания рассматриваемых ситуаций, а также с трудностью получения необходимых статистических характеристик параметров, отсутствием эргодичности процессов и их существенной нестационарностью. Источник неопределенности может не иметь случайного характера, и иногда быть частично или полностью детерминированным. Сложность технологических комплексов и неопределенность информации о них растет, а требования к точности получаемого решения повышаются.

5) Сбор дополнительной информации, усложнение модели

Ошибки расчета в основном складываются из ошибки исходных данных, ошибки модели и ошибки метода решения (численного метода). Для многоуровневых иерархических систем управления наблюдается достаточно резкий рост ошибок исходных данных, в зависимости от номера уровня управления, на котором производится расчет. Рост ошибок в данных обусловлен запаздыванием и искажением данных при передаче от уровня к уровню, фильтрацией их на каждом уровне и невозможностью передачи ряда данных с требуемой периодичностью ввиду их большого объема, ограниченной пропускной способностью каналов связи. В принципе возможно осуществление получения на достаточно высоких уровнях управления подробных данных об отдельных технологических процессах или установках, проведения целого ряда дополнительных замеров на объектах. Однако чаще всего сбор такой информации организуется для проведения отдельных научно-исследовательских расчетов. Для производственных целей, когда сбор информации необходимо осуществлять в реальном масштабе времени, такой подход будет уже неприемлемым.

Крайне важным является правильный выбор для соответствующего уровня управления модели и объема передаваемых для расчетов данных. Усложнение математической модели, учитывающей большое число измеряемых параметров, приводит к снижению погрешности, вносимой моделью. Однако при большой размерности моделей очень существенной становится составляющая ошибки, вносимая неточностью применяемых аналитических и численных методов. Время решения задачи большой размерности также может стать неприемлемым при ее решении в реальном масштабе времени. Усложнение математической модели требует также увеличения объема данных, передаваемых с нижнего уровня и также приводит к росту соответствующей составляющей ошибки. Поэтому требуется находить разумный компромисс между этими факторами в зависимости от уровня управления.

Стремление получить точную, исчерпывающую модель для достаточно сложного объекта (процесса) не имеет смысла, так как сложность такого описания становится соизмеримой со сложностью самого объекта. Следовательно, использование такой модели не позволяет просто и наглядно объяснить механизм его функционирования, воспользоваться какими-либо стандартными математическими процедурами для исследования характеристик объекта и синтеза системы управления им. Это особенно относится к таким объектам управления, как производственные процессы, организационные, транспортные, биологические системы и др.

Принцип несовместимости: чем сложнее система, тем менее мы способны дать точные и в то же время имеющие практическое значение суждения о ее поведении. Для систем, сложность которых превосходит некоторый пороговый уровень, точность и практический смысл становятся почти исключаящими друг друга характеристиками. Именно в этом смысле точный качественный анализ поведения гуманистических систем (т.е. систем, в которых участвует человек) не имеет большого практического значения в реальных социальных, экономических и других задачах, связанных с участием одного человека или группы людей

Методы борьбы с неопределённостью

Все методы можно разделить на две основные группы:

1. Подавление влияния неточной информации с дальнейшим использованием обычных детерминированных алгоритмов.
2. Переход при наличии неточной информации на специальные алгоритмы (стохастические, нечеткие, интервальные).

Для первого направления характерным является применение различных методов фильтрации и сглаживания исходной информации, усреднения и взвешивания данных. Применяются также методы восстановления отсутствующих данных, интерполирования и экстраполирования, робастные алгоритмы.

Свойство робастности выделяет класс процедур нечувствительных к небольшим изменениям исходных (начальных) предположений.

При решении задач в детерминированной постановке с ростом сложности и размерности модели возникают большие проблемы с устойчивостью оптимизационных задач.

Принципиальным недостатком детерминированных моделей систем является отсутствие эффективных методов сравнения различных возможных моделей по назначению модели, ее погрешности и адекватности допущений, положенных в ее основу. Построение моделей в рамках нечеткого подхода позволяет сравнивать модели и придавать точный смысл таким понятиям как "значимый" и "пренебрежимый". Появляется возможность формализации неточных знаний о предметной области, внесения в модель сведений о неполноте информации.

Существуют методы сведения задач управления системами в условиях неопределенности к детерминированному управлению. С помощью детерминированного подхода строятся регуляторы, обеспечивающие устойчивое поведение динамических систем при наличии неопределенности элементов математических моделей, вызванной несовершенством моделей (неточности параметров) или внешними возмущениями (неопределенности входов). При наличии границ неопределенностей элементов регуляторы используют эту информацию с применением обратной связи. При отсутствии данных об этих границах применяются адаптивные регуляторы.

При использовании стохастических моделей возникает целый ряд трудностей, связанных со сложностью получения плотностей распределения вероятностей для параметров, нерегулярными явлениями при решении стохастических дифференциальных уравнений.

Для оптимизации сложных распределенных систем применяются методы многоуровневого управления, основой которых является идея декомпозиции и координации. В результате декомпозиции сложная система разделяется на группу более мелких подсистем с такой взаимосвязью, чтобы глобальная задача оптимизации преобразовалась в группу локальных задач оптимизации, т.е. отдельные решения будут приниматься по ограниченной информации, без использования всего объема сведений. Переход к иерархической структуре управления сужает в общем случае множество допустимых стратегий, но одновременно снижает и уровень неопределенности, т.е. делает возможным получение более качественного решения.

Применимость теории нечётких множеств

Для реальных сложных систем характерно наличие одновременно разнородной информации:

1. точечных замеров и значений параметров;
2. допустимых интервалов их изменения;
3. статистических законов распределения для отдельных величин;
4. лингвистических критериев и ограничений, полученных от специалистов-экспертов и т.д.

Наличие в сложной многоуровневой иерархической системе управления одновременно различных видов неопределенности делает необходимым использование для принятия решений теории нечетких множеств, которая позволяет адекватно учесть имеющиеся виды неопределенности.

Соответственно и вся информация о режимах функционирования подсистем, областях допустимости и эффективности, целевых функциях, предпочтительности одних режимов работы перед другими, о риске работы на каждом из режимов для подсистем и т.д. должна быть преобразована к единой форме и представлена в виде функций принадлежности. Такой подход позволяет свести воедино всю имеющуюся неоднородную информацию: детерминированную, статистическую, лингвистическую и интервальную.

Разработанные в настоящее время количественные методы принятия решений (такие, как максимизация ожидаемой полезности, минимаксная теория, методы максимального правдоподобия, теория игр, анализ "затраты - эффективность" и другие) помогают выбирать наилучшие из множества возможных решений лишь в условиях одного конкретного вида неопределенности или в условиях полной определенности. К тому же, большая часть существующих методов для облегчения количественного исследования в рамках конкретных задач принятия решений базируется на крайне упрощенных моделях действительности и излишне жестких ограничениях, что уменьшает ценность результатов исследований и часто приводит к неверным решениям.

Применение для оперирования с неопределенными величинами аппарата теории вероятности приводит к тому, что фактически неопределенность, независимо от ее природы, отождествляется со случайностью, между тем как основным источником неопределенности во многих процессах принятия решений является нечеткость или расплывчатость.

В отличие от случайности, которая связана с неопределенностью, касающейся принадлежности или непринадлежности некоторого объекта к нерасплывчатому множеству, понятие "нечеткость" относится к классам, в которых могут быть различные градации степени принадлежности, промежуточные между полной принадлежностью и непринадлежностью объектов к данному классу.

Методология нечеткого моделирования

Процесс нечеткого моделирования представляет аналогичную последовательность взаимосвязанных этапов, как и процесс системного моделирования. При этом каждый из этапов выполняется с целью построения и использования нечеткой модели системы для решения исходной проблемы.

В общем случае под нечеткой моделью понимается информационно-логическая модель системы, построенная на основе теории нечетких множеств и нечеткой логики.

Отдельными этапами процесса нечеткого моделирования являются:

- Анализ проблемной ситуации.
- Структуризация предметной области и построение нечеткой модели.
- Выполнение вычислительных экспериментов с нечеткой моделью.
- Применение результатов вычислительных экспериментов.
- Коррекция или доработка нечеткой модели.

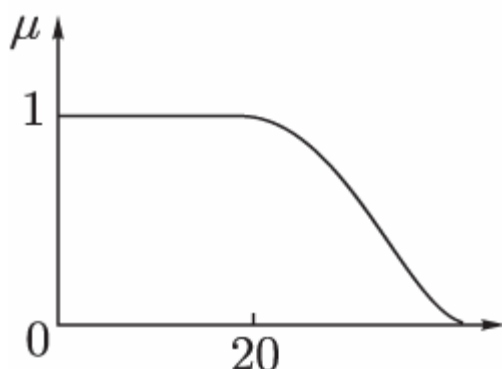
Одним из характерных признаков сложности построения модели является неопределенность в представлении структуры или поведения системы оригинала. При этом сама категория неопределенности может быть рассмотрена с различных точек зрения. В рамках современной методологии системного моделирования неопределенность может характеризовать следующие аспекты модельных представлений:

- Неясность или нечеткость границы системы
- Неоднозначность семантики отдельных терминов, которые используются при построении концептуальных моделей систем
- Неполнота модельных представлений о некоторой сложной системе, особенно в связи с решением слабо формализуемых проблем
- Противоречивость отдельных компонентов модельных представлений или требований, которым должна удовлетворять модель сложной системы.
- Неопределенность наступления тех или иных событий, относящихся к возможности нахождения системы-оригинала в том или ином состоянии в будущем.

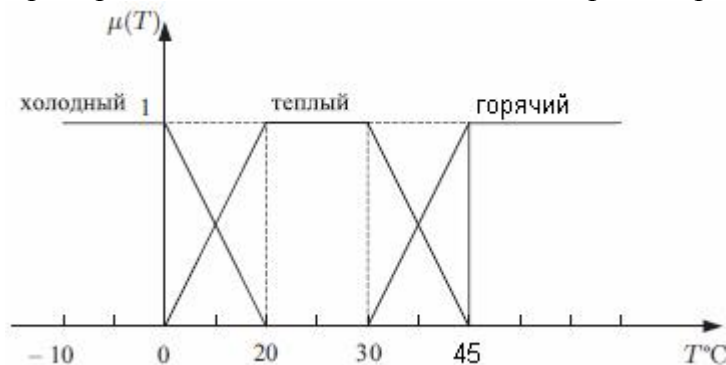
Нечёткие множества

Пусть E – универсальное множество, x – элемент E . Нечетким множеством A в E называется множество упорядоченных пар $A = \{\mu_A(x) / x\}$, где $\mu_A(x)$ – характеристическая функция принадлежности (или просто функция принадлежности), принимающая значения в некотором вполне упорядоченном множестве M (например, $M = [0,1]$). Функция принадлежности указывает степень (или уровень) принадлежности элемента x подмножеству A , $\mu_A: E \rightarrow M$ – функция принадлежности, отображающая E в множество M . Если $M = \{0,1\}$, то A является обычным множеством и его функция принадлежности совпадает с характеристической функцией множества A . В дальнейшем будем предполагать, что $M = [0,1]$.

Пример. Множество молодых людей



Пример. Множества холодный, теплый, горячий при оценке температуры



Нечеткое множество A называется пустым, если $m_A(x) = 0 \forall x \in E$

Нечеткое множество A называется универсальным, если $m_A(x) = 1 \forall x \in E$

Нечеткое множество A называется максимально нечётким, если $m_A(x) = 0,5 \forall x \in E$

Носителем нечеткого множества A называется обычное подмножество таких точек E , для которых величина $\mu_A(x)$ положительна. $S(A) = \{x : m_A(x) > 0, x \in E\}$

Ядро нечеткого множества A – четкое подмножество области определения E , содержащее все элементы, принадлежащие множеству A со степенью, равной 1.

$$C(A) = \{x : m_A(x) = 1, x \in E\}$$

Высота нечеткого множества $h(A) = \sup_{x \in E} m_A(x)$

Нечеткое множество A называется нормальным, если высота равна единице:

$$\sup_{x \in E} m_A(x) = 1$$

Нормализация:
$$\tilde{m}_A(x) = \frac{m_A(x)}{h(A)}$$

Множеством уровня α (или α -сечением) нечеткого множества A называется множество

$$A_\alpha = \{x : m_A(x) \geq \alpha, x \in E\}$$

Мощность (кардинальное число) нечеткого множества:
$$\|A\| = \sum_x m_A(x)$$

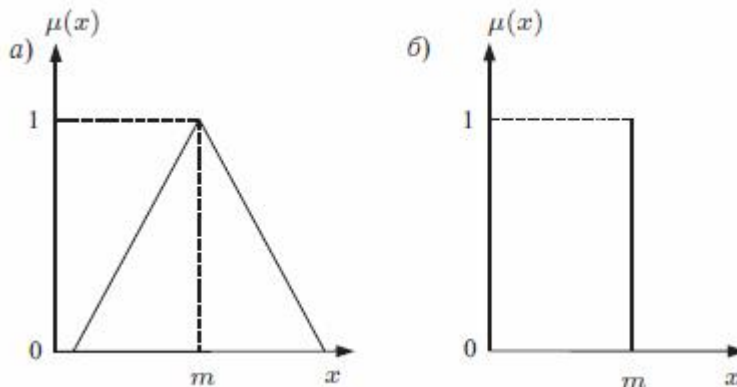
Условие разбиения единицы:

Сумма степеней принадлежности для любого элемента x должна равняться единице.

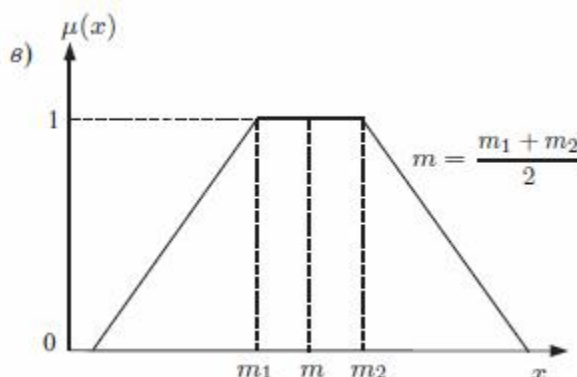
$$\sum_i m_i(x) = 1 \forall x \in E$$

Модальное значение нечеткого множества

Понятие модального значения главным образом используется для нечётких множеств с ядром, содержащим единственный элемент области определения.



Если ядро нечёткого множества содержит более одного элемента, то для такого множества модальное значение определяется как среднее значение элементов ядра.



Методы построения функций принадлежности

Прямые методы определяются тем, что эксперт задает правила определения значений функции принадлежности нечёткого множества:

- задание таблицей
- задание формулой
- задание графиком

Как правило, прямые методы задания функции принадлежности используются для измеримых величин, таких как скорость, время, расстояние, давление, температура и т. д., или когда выделяются полярные значения. Прямые методы, основанные на непосредственном определении функции принадлежности, должны использоваться только в том случае, когда эксперты далеки от случайных ошибок.

Во многих задачах при характеристике объекта можно выделить набор признаков и для каждого из них определить полярные значения, соответствующие значениям функции принадлежности, 0 или 1. При этом используют следующую процедуру:

- определить список свойств, по которым оценивается объект;
- найти в этом списке полярные свойства и сформировать полярную шкалу;
- для каждой пары полюсов оценить объект на то, как сильно он обладает этим свойством.

Косвенные методы определения значений функции принадлежности используются в случаях, когда нет элементарных измеримых свойств, через которые определяется интересующее нас нечеткое множество. В косвенных методах значения функции принадлежности выбираются таким образом, чтобы удовлетворить заранее сформулированным условиям. Дополнительные условия могут налагаться как на вид получаемой информации, так и на процедуру обработки.

К таким условиям могут относиться следующие:

- функция принадлежности отражает близость к заранее выделенному эталону;
- при парном сравнении объектов, если один объект в α раз предпочтительнее второго, то второй объект оценивается в $1/\alpha$ раз предпочтительнее первого; и т. д.

Косвенные методы более трудоемкие, чем прямые, но их преимущество в стойкости по отношению к искажениям в ответах.

Косвенные методы:

- метод парных сравнений;
- метод статистических данных;
- метод экспертных оценок;
- параметрический метод;
- метод интервальных оценок;
- метод ранговых оценок.

Типы функций принадлежности

Кусочно-линейные (многоугольные) функции принадлежности

Достоинства:

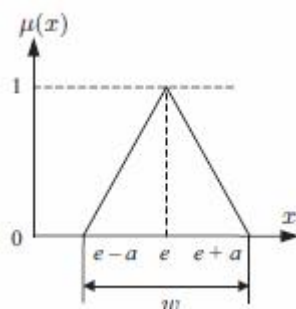
- для задания требуется малый объем данных;
- простота модификации параметров;
- легко обеспечивается условие разбиения единицы.

Недостатки:

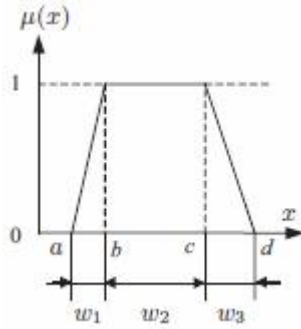
- не являются непрерывно дифференцируемыми.

Примеры:

- симметричная треугольная функция



– асимметричная трапецевидная функция



Интуитивные функции принадлежности

Функции принадлежности, которые, часто на подсознательном уровне, использует человек, называют интуитивными.

1) Интуитивные функции принадлежности являются непрерывными на всей числовой области определения E.

2) Первая производная интуитивной функции принадлежности является непрерывной на всей числовой области определения E.

3) Вторая производная интуитивной функции принадлежности является непрерывной на всей числовой области определения E.

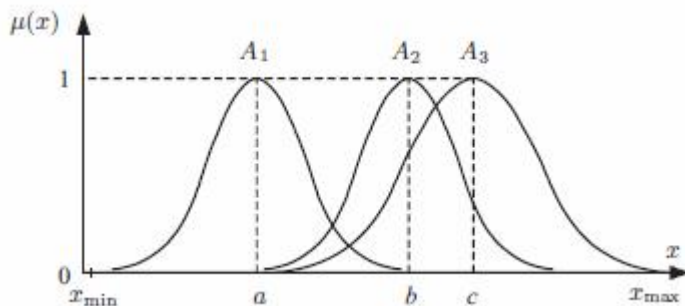
4) Интуитивная функция принадлежности имеет минимальное значение кривизны.

$$m(x) : m(x) = \arg \min_m \max_E \left(\frac{d^2 m(x)}{dx^2} \right);$$

Примеры:

– симметричная гауссова функция

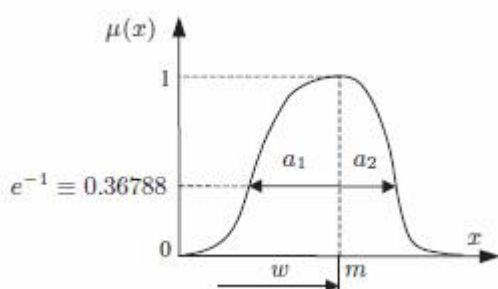
$$\mu(x) = \exp \left[- \left(\frac{x-b}{a} \right)^2 \right]$$



– асимметричная гауссова функция

$$\mu(x) = w \cdot \exp \left[- \left(\frac{x-m}{a_1} \right)^2 \right] + (1-w) \cdot \exp \left[- \left(\frac{x-m}{a_2} \right)^2 \right]$$

$$w = \begin{cases} 1 & \text{для } -\infty < x \leq m, \\ 0 & \text{в других случаях,} \end{cases}$$



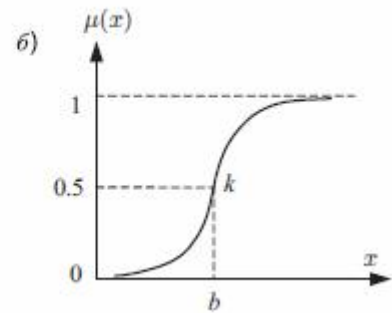
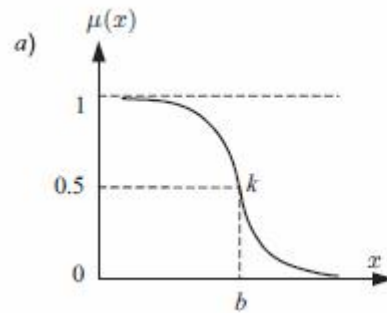
– сигмоидальные функции

левая

$$\mu(x) = 1 - \frac{1}{1 + \exp[-a \cdot (x - b)]} = \frac{\exp[-a \cdot (x - b)]}{1 + \exp[-a \cdot (x - b)]}$$

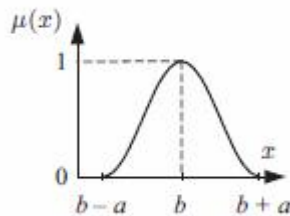
правая

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \exp[-a \cdot (x - b)]}$$



– внутренняя гармоническая функция

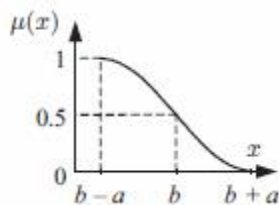
$$\mu(x) = \begin{cases} 0.5 \cdot \left[1 + \cos \left(\pi \frac{x-b}{a} \right) \right] & \text{для } (b-a) \leq x \leq (b+a), \\ 0 & \text{в других случаях.} \end{cases}$$



– внешние гармонические функции

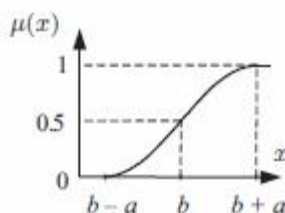
левая

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{для } x > (b+a), \\ 0.5 \cdot \left[1 - \sin \left(\pi \frac{x-b}{2a} \right) \right] & \text{для } (b-a) \leq x \leq (b+a), \\ 1 & \text{для } x < (b-a). \end{cases}$$



правая

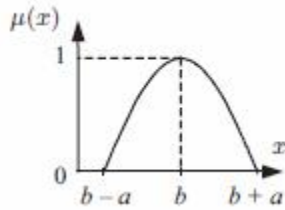
$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & \text{для } x > (b+a), \\ 0.5 \cdot \left[1 + \sin \left(\pi \frac{x-b}{2a} \right) \right] & \text{для } (b-a) \leq x \leq (b+a), \\ 0 & \text{для } x < (b-a). \end{cases}$$



– полиномиальные функции

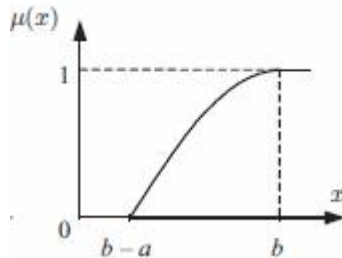
Внутренняя полиномиальная функция второго порядка

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{x-b}{a}\right)^2, & \text{если } (b-a) \leq x \leq (b+a), \\ 0 & \text{в других случаях.} \end{cases}$$



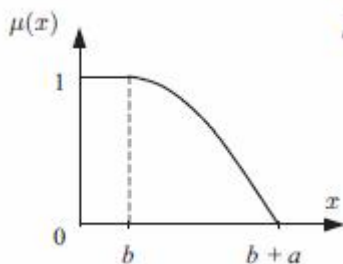
Правая полиномиальная функция второго порядка

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < (b-a), \\ 1 - \left(\frac{x-b}{a}\right)^2, & \text{если } (b-a) \leq x \leq b, \\ 1, & \text{если } x > b. \end{cases}$$



Левая полиномиальная функция второго порядка

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x < b, \\ 1 - \left(\frac{x-b}{a}\right)^2, & \text{если } b \leq x \leq (b+a), \\ 0, & \text{если } x > (b+a). \end{cases}$$



Операции над нечёткими множествами

Равенство

$$A = B, \text{ если } m_A(x) = m_B(x) \forall x \in E$$

Подмножество (операция включения)

А есть подмножество В (содержится в В) тогда и только тогда, когда

$$m_A(x) \leq m_B(x) \forall x \in E$$

Дополнение

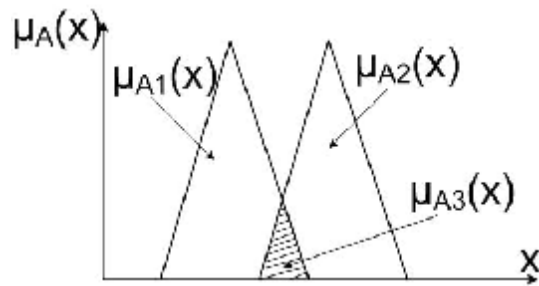
$$A = \bar{B}, \text{ если } m_A(x) = 1 - m_B(x) \forall x \in E$$

$$\bar{\bar{A}} = A$$

Пересечение (логическое произведение)

$A \cap B$ – наибольшее нечеткое подмножество, содержащееся одновременно в A и B .

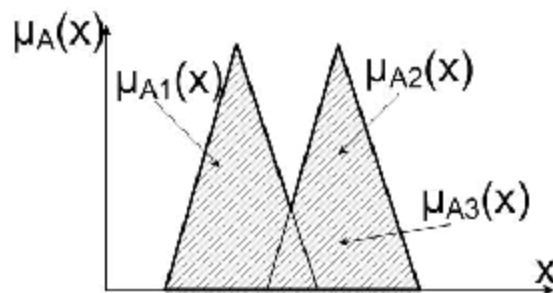
$$m_{A \cap B}(x) = \min(m_A(x), m_B(x))$$



Объединение (логическая сумма)

$A \cup B$ – наименьшее нечеткое подмножество, включающее как содержащееся одновременно в A и B .

$$m_{A \cup B}(x) = \max(m_A(x), m_B(x))$$



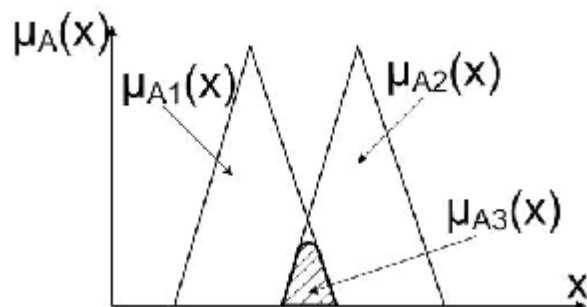
Разность

$$A - B = A \cap \bar{B}$$

$$m_{A-B}(x) = \min(m_A(x), 1 - m_B(x))$$

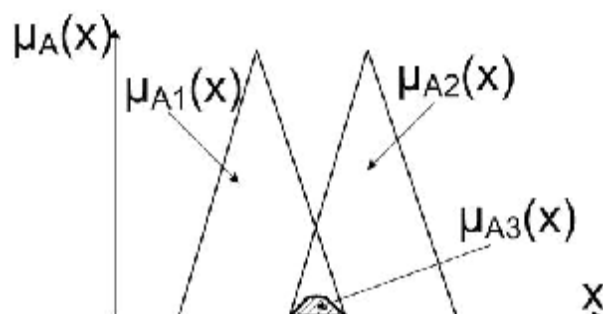
Алгебраическое произведение

$$m_{A \cdot B}(x) = m_A(x) m_B(x)$$



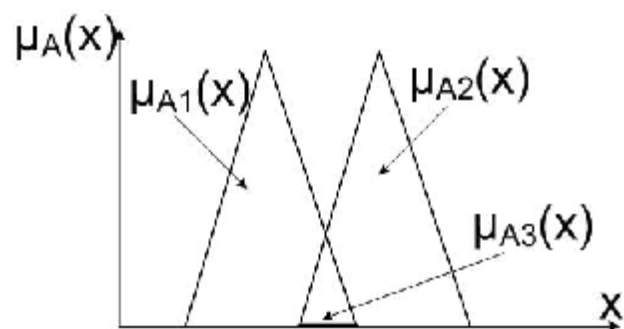
Граничное произведение

$$m_{A \otimes B}(x) = \max(m_A(x) + m_B(x) - 1, 0)$$



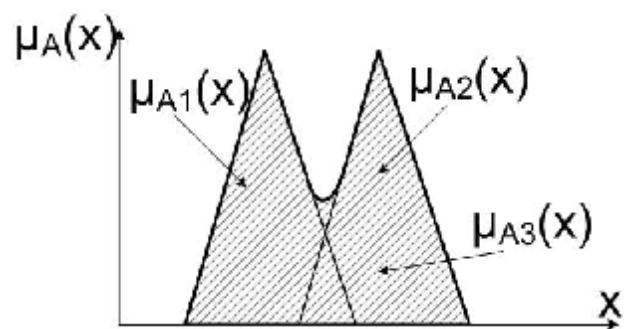
Драстическое произведение

$$m_{A \Delta B}(x) = \begin{cases} m_A(x), & \text{если } m_B(x) = 1 \\ m_B(x), & \text{если } m_A(x) = 1 \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$



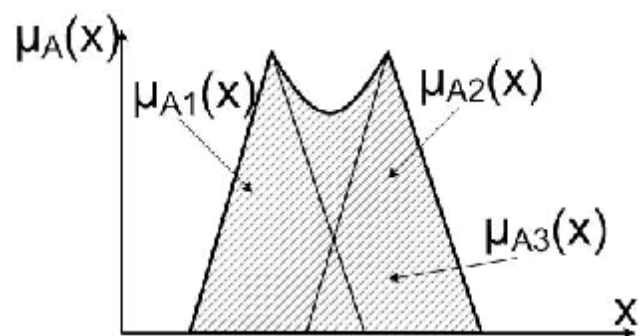
Алгебраическая сумма

$$m_{A+B}(x) = m_A(x) + m_B(x) - m_A(x)m_B(x)$$



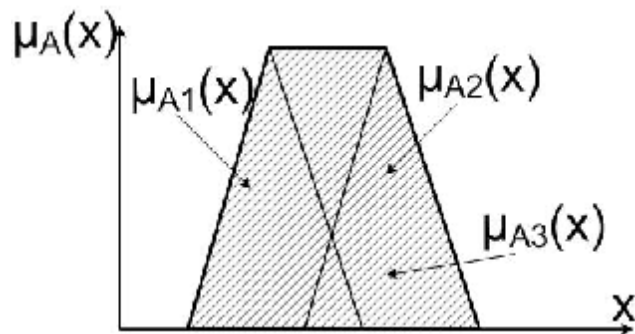
Граничная сумма

$$m_{A \oplus B}(x) = \min(m_A(x) + m_B(x), 1)$$



Драстическая сумма

$$m_{A \vee B}(x) = \begin{cases} m_A(x), & \text{если } m_B(x) = 0 \\ m_B(x), & \text{если } m_A(x) = 0 \\ 1 & \end{cases}$$



$$\emptyset \subseteq A \Delta B \subseteq A \otimes B \subseteq A \cdot B \subseteq A \cap B \subseteq A \cup B \subseteq A + B \subseteq A \oplus B \subseteq A \vee B \subseteq E$$

Возведение в степень

$$m_{A^a} = m_A^a$$

Концентрирование

$$CON(A) = A^2 \text{ — снижение степени нечёткости}$$

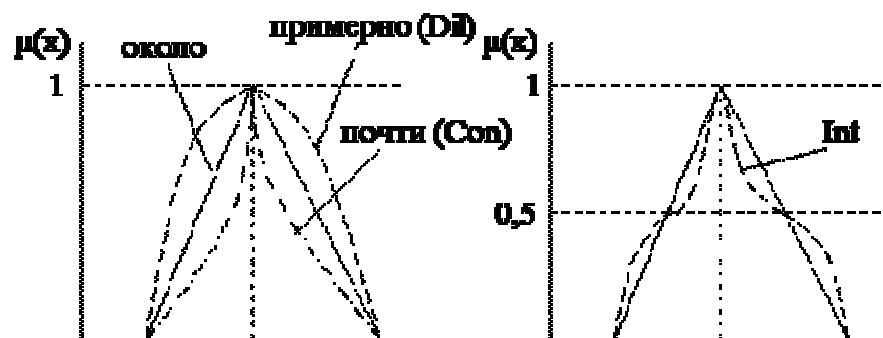
Растяжение

$$DIL(A) = A^{1/2} \text{ — увеличение степени нечёткости}$$

Контрастная интенсификация

$$m_{INT(A)} = \begin{cases} 2m_A^2, & 0 \leq m_A \leq 0.5 \\ 1 - 2(1 - m_A)^2, & 0.5 \leq m_A \leq 1 \end{cases} \text{ — увеличение значений функции принадлежности}$$

«справа» и уменьшение «слева»



Умножение на число

$$m_{aA} = a m_A$$

Нечёткие отношения

В общем случае нечетким отношением или, более точно, нечетким k -арным отношением, заданным на множествах $E_1, E_2, \dots, E_k$, называется некоторое фиксированное нечеткое подмножество декартова произведения этих множеств. Другими словами, если обозначить произвольное нечеткое отношение через Q , то по определению

$$Q = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_k \rangle, \mu_Q(\langle x_1, x_2, \dots, x_k \rangle) \},$$

где $\mu_Q(\langle x_1, x_2, \dots, x_k \rangle)$ – функция принадлежности данного нечеткого отношения, которая определяется как отображение

$$\mu_Q: E_1 \times E_2 \times \dots \times E_k \rightarrow [0, 1].$$

Здесь через $\langle x_1, x_2, \dots, x_k \rangle$ обозначен кортеж из k элементов, каждый из которых выбирается из своего множества: $x_1 \in E_1, x_2 \in E_2, \dots, x_k \in E_k$.

Бинарное нечеткое отношение. В общем случае бинарное нечеткое отношение задается на базисных множествах E_1, E_2 и определяется как нечеткое отношение

$$Q = \{ \langle x_i, x_j \rangle, \mu_Q(\langle x_i, x_j \rangle) \}.$$

Здесь $\mu_Q(\langle x_i, x_j \rangle)$ – функция принадлежности бинарного нечеткого отношения, которая определяется как отображение

$$\mu_Q: E_1 \times E_2 \rightarrow [0, 1],$$

а через $\langle x_i, x_j \rangle$ обозначен кортеж из двух элементов, при этом $x_i \in E_1, x_j \in E_2$.

Композиции двух бинарных нечетких отношений.

1) Пусть Q и R – конечные или бесконечные бинарные нечеткие отношения. Причем нечеткое отношение

$$Q = \{ \langle x_i, x_j \rangle, m_Q(\langle x_i, x_j \rangle) \}$$

задано на декартовом произведении $E_1 \times E_2$, а нечеткое отношение

$$R = \{ \langle x_j, x_k \rangle, m_R(\langle x_j, x_k \rangle) \}$$

– на декартовом произведении $E_2 \times E_3$. Нечеткое бинарное отношение, заданное на декартовом произведении $E_1 \times E_3$ и обозначаемое через $Q \otimes R$, называется композицией бинарных нечетких отношений Q и R , а его функция принадлежности определяется следующим выражением:

$$m_{Q \otimes R}(\langle x_i, x_k \rangle) = \max_{x_j \in E_2} \left\{ \min \left\{ m_Q(\langle x_i, x_j \rangle), m_R(\langle x_j, x_k \rangle) \right\} \right\}.$$

$$\forall \langle x_i, x_k \rangle \in E_1 \times E_3$$

Определенную таким образом композицию бинарных нечетких отношений называют иногда (max-min)-композицией или максиминной сверткой нечетких отношений.

Свойства (max-min)-композиции

Операция (max-min)-композиции ассоциативна:

$$R_3 \otimes (R_2 \otimes R_1) = (R_3 \otimes R_2) \otimes R_1.$$

Операция (max-min)-композиции дистрибутивна относительно объединения, но недистрибутивна относительно пересечения:

$$R_3 \otimes (R_2 \dot{\cup} R_1) = (R_3 \otimes R_2) \dot{\cup} (R_3 \otimes R_1),$$

$$R_3 \otimes (R_2 \dot{\cap} R_1) \neq (R_3 \otimes R_2) \dot{\cap} (R_3 \otimes R_1).$$

Кроме того, для (max-min)-композиции выполняется следующее важное свойство:

$$\text{если } R_1 \dot{\supset} R_2 \text{ то, } R \otimes R_1 \dot{\supset} R \otimes R_2.$$

2) (max-*)-композиция

$$m_{Q^*R}(\langle x_i, x_k \rangle) = \max_{x_j \in E_2} \{ m_Q(\langle x_i, x_j \rangle) * m_R(\langle x_j, x_k \rangle) \}$$

$$\forall \langle x_i, x_k \rangle \in E_1 \times E_3$$

В качестве * можно использовать алгебраические операции, например, алгебраическое умножение.

3) (min-max)-композиция

$$m_{Q \oplus R}(\langle x_i, x_k \rangle) = \min_{x_j \in E_2} \{ \max \{ m_Q(\langle x_i, x_j \rangle), m_R(\langle x_j, x_k \rangle) \} \}$$

$$\forall \langle x_i, x_k \rangle \in E_1 \times E_3$$

Свойства нечётких отношений

Рефлексивность

– Рефлексивное нечёткое отношение

$$m_R(x, x) = 1 \forall x$$

Пример: «приблизительно равны»

– Слабая рефлексивность

$$m_R(x, y) \leq m_R(x, x) \forall x, y$$

– Сильная рефлексивность

$$m_R(x, x) = 1 \forall x, \quad m_R(x, y) < 1 \forall x, y$$

– Антирефлексивное нечёткое отношение

$$m_R(x, x) = 0 \forall x$$

Пример: «значительно больше»

– Слабая антирефлексивность

$$m_R(x, x) \leq m_R(x, y) \forall x, y$$

– Сильная антирефлексивность

$$m_R(x, x) = 0 \forall x, \quad m_R(x, y) > 0 \forall x, y$$

Симметричность

– Симметричное нечёткое отношение

$$m_R(x, y) = m_R(y, x) \forall \langle x, y \rangle \in X \times Y, x \in X, y \in Y$$

– Антисимметричность

$$m_R(x, y) \neq m_R(y, x) \text{ или } m_R(x, y) = m_R(y, x) = 0 \quad \forall \langle x, y \rangle \in X \times Y, x \in X, y \in Y$$

– Асимметричное нечёткое отношение

$$m_R(x, y) > 0 \Rightarrow m_R(y, x) = 0 \quad \forall \langle x, y \rangle \in X \times Y$$

Пример: «намного больше»

Транзитивность

– Транзитивное нечёткое отношение

$$R \otimes R \subseteq R$$

– Слабая транзитивность

– Отрицательная транзитивность

– Сильная транзитивность

– Сверхсильная транзитивность

– Метрическая транзитивность

– Ультраметрическая транзитивность

– Квазисерийность

– Ацикличность

– (max-min)- транзитивность

– (min-max)- транзитивность

– Транзитивное замыкание

$$\hat{R} = R \cup R^2 \cup R^3 \cup \mathbf{K} \cup R^n \cup \mathbf{K}, \text{ где } R^n = R \otimes R \otimes \mathbf{K} \otimes R$$

Остальные свойства

– Обратные нечёткие отношения

$$m_R(x, y) = m_{R^{-1}}(y, x) \quad \forall \langle x, y \rangle \in X \times Y$$

Пример: «намного больше» – «намного меньше»

– Сильная линейность

– Слабая линейность

– Сильная полнота

– Слабая полнота

Нечёткие отношения сравнения

– Нечёткое отношение предпорядка – транзитивное рефлексивное

– Нечёткое отношение порядка – антисимметричное, транзитивное нечёткое бинарное отношение.

– Нечёткое отношение подобия (нечёткое отношение эквивалентности) – это нечёткое бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности.

– Нечёткое отношение различия

– Нечёткое отношение сходства

– Нечёткое отношение несходства

Нечеткая импликация

Пусть имеем обычные («четкие») высказывания вида: p = « x есть A » и q = « y есть B ». Тогда импликацией (в обычной, «четкой» логике) «если p , то q » называется предложение, которое ложно тогда и только тогда, когда p истинно, а q ложно.

Такой вид отношений между высказываниями обычно обозначается как $p \rightarrow q$ и понимается как утверждение « p влечет за собой q ».

Если перейти к бинарной (булевой) алгебре логики, где с понятием «истина» сопоставляется 1, а с понятием «ложь» - 0, то импликацию можно представить логической формулой

$$p \rightarrow q = \bar{p} \vee q = \overline{(p \wedge \bar{q})},$$

или таблицей истинности:

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Более полная трактовка понятия импликации означает, что истинность $p \rightarrow q$ - это тоже, что истинность утверждения «степень истинности q не меньше, чем степень истинности p », т.е.

$$p \rightarrow q = \begin{cases} 1, & \text{если } t(p) \leq t(q), \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где $t(p)$ и $t(q)$ - указанные «степени истинности» (в четкой логике принимающие значения лишь 0 или 1).

Пример. Пусть $p = \langle x \text{ больше } 5 \rangle$ и $q = \langle x \text{ больше } 4 \rangle$. Легко видеть, что в данном случае импликация $p \rightarrow q$ является истинной, поскольку из неравенства $x > 5$ следует неравенство $x > 4$.

Нечеткая импликация, в принципе сохраняет тот же смысл, что и импликация четкой логики. Отличие состоит лишь в том, что в этом случае «степени истинности» могут иметь любое значение между 0 и 1.

Нечеткая импликация определяется обычно следующим образом.

Будем считать, что заданы универсальные множества X и Y , содержащие конечное число элементов. Под способом определения нечеткой импликации «если A , то B », где A и B – нечеткие множества на X и Y соответственно (например: «если температура – большая, то скорость близка к нулю»), будем понимать способ задания нечеткого отношения R на $X \times Y$, соответствующего данному высказыванию.

Такое отношение можно задать по-разному, поэтому для математического представления нечеткой импликации предложено большое число различных формул:

Заде:

$$m_R(x, y) = \max \{ \min \{ m_A(x), m_B(y) \}, 1 - m_A(x) \}$$

Ларсен:

$$m_R(x, y) = m_A(x) m_B(y).$$

Лукасевич:

$$m_R(x, y) = \min \{ 1, 1 - m_A(x) + m_B(y) \}.$$

Мамдани:

$$m_R(x, y) = \min \{ m_A(x), m_B(y) \}.$$

Бауэр:

$$m_R(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если } m_A(x) \leq m_B(y), \\ m_B(y) & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

Гёдель (классическая нечеткая импликация):

$$m_R(x, y) = \max \{ 1 - m_A(x), m_B(y) \}.$$

Гоген:

$$m_R(x, y) = \begin{cases} \min \left\{ 1, \frac{m_B(y)}{m_A(x)} \right\}, & \text{если } m_A(x) > 0 \\ 1, & \text{если } m_A(x) = 0 \end{cases}.$$

Лукасевич-Гилес:

$$m_R(x, y) = \min \{ 1, m_A(x) + m_B(y) \}.$$

Бандлер-Кохоут:

$$m_R(x, y) = m_A(x) m_B(y).$$

Вади:

$$m_R(x, y) = \max \{ 1 - m_A(x), m_A(x) m_B(y) \}.$$

Клини-Дайнс:

$$m_R(x, y) = \max \{ 1 - m_A(x), m_B(y) \}.$$

Райхенбах:

$$m_R(x, y) = 1 - m_A(x) + m_A(x) m_B(y)$$

В общем, какого-либо преимущества одной формулы над другими нет, поэтому все они (а к настоящему времени известно несколько десятков подобных формул) имеют право на существование.

Нечёткая и лингвистические переменные

При описании объектов и явлений с помощью нечетких множеств используется понятие нечеткой и лингвистической переменных.

Нечеткая переменная характеризуется тройкой $\langle a, E, A \rangle$, где

a – имя переменной,

E – универсальное множество (область определения a),

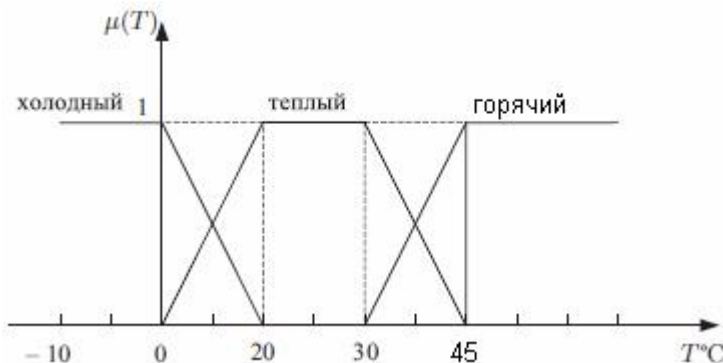
A – нечеткое множество на E , описывающее ограничение (то есть $m_A(x)$) на значение нечеткой переменной a .

Пример. Температура

Переменные: холодный, теплый, горячий

Множество: $[-10..50]$

Нечёткие множества:



В более общем случае значениями таких переменных могут быть слова или предложения естественного или формального языка, и тогда соответствующие переменные называют лингвистическими.

Так, например, переменная высота могла бы принимать следующие значения:

- высокий,
- невысокий,
- довольно высокий,
- очень высокий,
- высокий, но не очень,
- вполне высокий,
- более или менее высокий.

Эти значения представляют собой предложения, образованные понятием высокий, отрицанием не, союзами и, но, а также словами типа очень, довольно, вполне, более или менее.

Лингвистическая переменная является переменной более высокого порядка, чем нечеткая переменная, в том смысле, что значениями лингвистической переменной являются нечеткие переменные. Лингвистические переменные предназначены в основном для анализа сложных или плохо определенных явлений. Использование словесных описаний типа тех, которыми оперирует человек, делает возможным анализ систем настолько сложных, что они недоступны обычному математическому анализу.

Лингвистическим терм-множеством называется множество всех лингвистических значений, используемых для определения некоторой лингвистической переменной. Данное множество также называют базисным лингвистическим множеством, лингвистической предметной областью, либо лингвистической областью (пространством) значений.

Лингвистической называется переменная, принимающая значения из множества слов или словосочетаний некоторого естественного или искусственного языка.

Лингвистическая переменная определяется набором $\langle b, T, E, G, M \rangle$, где

b – имя лингвистической переменной;

T – множество его значений (терм-множество), представляющие имена нечетких переменных, областью определения, которых является множество E . Множество T называется базовым терм-множеством лингвистической переменной;

G - синтаксическая процедура, позволяющая оперировать элементами терм-множества T, в частности, генерировать новые термы (значения). Множество $TIG(T)$, где $G(T)$ - множество сгенерированных термов, называется расширенным терм-множеством лингвистической переменной;

M - семантическая процедура, позволяющая преобразовать новое значение лингвистической переменной, образованной процедурой G, в нечеткую переменную, то есть сформировать соответствующее нечеткое множество.

Во избежание большого количества символов:

- символ b используют как для названия самой переменной, так и для всех его значений;
- для обозначения нечеткого множества и его названия пользуются одним символом, например, терм "молодой", является значением лингвистической переменной $b = \text{"возраст"}$, и одновременно нечетким множеством M ("молодой").

Присваивание нескольких значений символам предполагает, что контекст допускает неопределенности.

Пример.

Пусть эксперт определяет толщину изделия, с помощью понятия "маленькая толщина", "средняя толщина" и "большая толщина", при этом минимальная толщина равняется 10 мм, а максимальная - 80 мм.

Формализация этого описания может быть проведена с помощью лингвистической переменной $\langle b, T, E, G, M \rangle$, где

b - толщина изделия;

T - {"маленькая толщина", "средняя толщина", "большая толщина"};

E - [10, 80];

G - процедура образования новых термов с помощью связок "и", "или" и модификаторов типа "очень", "не", "слегка" и др. Например, "маленькая или средняя толщина", "очень маленькая толщина" и др.;

M - процедура задания на $E = [10, 80]$ нечетких подмножеств $A_1 = \text{"маленькая толщина"}$, $A_2 = \text{"средняя толщина"}$, $A_3 = \text{"большая толщина"}$, а также нечетких множеств для термов из $G(T)$ соответственно правилам трансляции нечетких связок и модификаторов "и", "или", "не", "очень", "слегка", операции над нечеткими множествами.

Вместе с рассмотренными выше базовыми значениями лингвистической переменной "толщина" ($T = \{\text{"маленькая толщина", "средняя толщина", "большая толщина"}\}$) существуют значения, зависящие от области определения X. В данном случае значения лингвистической переменной "толщина изделия" могут быть определены как "около 20 мм", "около 50 мм", "около 70 мм", то есть в виде нечетких чисел.

Нечёткое высказывание

Нечеткими высказываниями будем называть высказывания следующего вида:

1) Высказывание $\langle b \text{ есть } b' \rangle$, где b - имя лингвистической переменной, b' - ее значение, которому соответствует нечеткое множество на универсальном множестве E. Например, высказывание $\langle \text{давление большое} \rangle$ предполагает, что лингвистической переменной "давление" предоставляется значение "большой", для которого на универсальном множестве E переменной "давление" определено, соответственно данному значению "большой", нечеткое множество.

2) Высказывание $\langle b \text{ есть } mb' \rangle$, где m - модификатор, которому соответствуют слова "ОЧЕНЬ", "БОЛЕЕ ИЛИ МЕНЕЕ", "НАМНОГО БОЛЬШЕ" и др.

3) Сложные высказывания, образованные из высказываний вида 1) и 2) и союзов "И", "ИЛИ", "ЕСЛИ..., ТОГДА...", "ЕСЛИ..., ТОГДА..., ИНАЧЕ".

Если значения фиксированной лингвистической переменной соответствуют нечетким множествам одного универсального множества X, можно отождествлять модификаторы "очень" или "нет" с операциями "концентрирование" и "дополнение", а союзы "И", "ИЛИ" с операциями "пересечение" и "объединение" над нечеткими множествами.

Модели систем управления на основе нечёткой логики

Модели нечеткого логического вывода

Под нечетким выводом понимается процесс, при котором из нечетких посылок получают некоторые следствия, возможно, тоже нечеткие. Нечеткий логический вывод — это аппроксимация зависимости «входы–выход» на основе лингвистических высказываний типа «ЕСЛИ–ТО» и операций над нечеткими множествами. Нечеткая модель содержит следующие блоки:



фаззификатор, преобразующий фиксированный вектор влияющих факторов X в вектор нечетких множеств $\bar{X}$, необходимых для выполнения нечеткого логического вывода;

нечеткая база знаний, содержащая информацию о зависимости $Y = f(X)$ в виде лингвистических правил типа «ЕСЛИ–ТО»;

машина нечеткого логического вывода, которая на основе правил базы знаний определяет значение выходной переменной в виде нечеткого множества $\bar{Y}$, соответствующего нечетким значениям входных переменных $\bar{X}$;

дефаззификатор, преобразующий выходное нечеткое множество $\bar{Y}$ в четкое число Y .

Основой для проведения операции нечеткого логического вывода является база правил, содержащая нечеткие высказывания в форме "Если-то" и функции принадлежности для соответствующих лингвистических термов. При этом должны соблюдаться следующие условия:

1) Существует хотя бы одно правило для каждого лингвистического термина выходной переменной.

2) Для любого термина входной переменной имеется хотя бы одно правило, в котором этот терм используется в качестве предпосылки (левая часть правила).

В противном случае имеет место неполная база нечетких правил.

Результатом нечеткого вывода является четкое значение переменной Y на основе заданных четких значений x_k , $k=1..n$.

Алгоритмы нечеткого вывода различаются главным образом видом используемых правил, логических операций и разновидностью метода дефазификации. Разработаны модели нечеткого вывода Мамдани, Сугено, Ларсена, Цукамото.

Методы дефазификации

- Метод максимума
- Метод среднего значения максимумов
- Метод аккумуляирования
- Метод F
- **Метод центра тяжести**
- Модификации метода центра тяжести

Метод центра тяжести

$$z_0 = \frac{\int_{\Omega} z m_B(z) dz}{\int_{\Omega} m_B(z) dz}$$

Метод центра площади

$$z_0 = u : \int_{z \leq u} z m_B(z) dz = \int_{z \geq u} z m_B(z) dz$$

Метод левого модального значения

$$z_0 = \min \{z : m_B(z) = 1\}$$

Значение выходной переменной определяется как мода нечеткого множества для соответствующей выходной переменной или наименьшая из мод (самая левая), если нечеткое множество имеет несколько модальных значений.

Метод правого модального значения

$$z_0 = \max \{z : m_B(z) = 1\}$$

Нечеткая модель типа Мамдани

В модели типа Мамдани взаимосвязь между входами $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и выходом y определяется нечеткой базой знаний следующего формата:

R_1 : ЕСЛИ x_1 это A_{11} ... И ... x_n это A_{1n} , ТО y это B_1
...
 R_i : ЕСЛИ x_1 это A_{i1} ... И ... x_n это A_{in} , ТО y это B_i
...
 R_m : ЕСЛИ x_1 это A_{m1} ... И ... x_n это A_{mn} , ТО y это B_m ,

где x_k , $k=1..n$ – входные переменные; y – выходная переменная; A_{ik} – лингвистический терм, заданный как нечеткое множества с соответствующей функцией принадлежности.

Нечеткая база знаний может трактоваться как некоторое разбиение пространства влияющих факторов на подобласти с размытыми границами, в каждой из которых функция отклика принимает значение, заданное соответствующим нечетким множеством.

Нечёткий вывод в форме алгоритма Мамдани:

1. Введение нечеткости (fuzzification): для заданного (четкого) значения аргумента $x = x_0$ находятся степени истинности для предпосылок каждого правила $a_i = m_{A_i}(x_0)$.

2. Нечеткий вывод по каждому правилу: находятся "усеченные" функции принадлежности для переменной вывода:

$$m_{B_i}^*(z) = \min(a_i, m_{B_i}(z)).$$

3. Композиция: с использованием операции МАКСИМУМ (max): производится объединение найденных усеченных функций, что приводит к получению итогового нечеткого подмножества для переменной вывода с функцией принадлежности

$$m_B(z) = \max[m_{B_1}(z), m_{B_2}(z), \dots, m_{B_m}(z)]$$

4. Наконец, приведение к четкости (defuzzification) - для нахождения $z_0 = F(x_0)$ - обычно проводится центроидным методом: четкое значение выходной переменной определяется как центр тяжести для кривой $m_B(z)$, т.е.

$$z_0 = \frac{\int_{\Omega} z m_B(z) dz}{\int_{\Omega} m_B(z) dz},$$

где Ω - область определения $m_B(z)$.

Нечеткая модель типа Цукамото

Исходные посылки – как у предыдущего алгоритма, но здесь предполагается, что функции монотонными.

1) Введение нечеткости (как в алгоритме Мамдани).

2) Нечеткий вывод. Сначала находятся уровни “отсечения” и (как в алгоритме Мамдани), а затем решениями уравнений:

$$\alpha_1 = C_1(z_1) \quad \text{и} \quad \alpha_2 = C_2(z_2)$$

определяются четкие значения (z_1 и z_2) для каждого исходного правила.

3) Определяется четкое значение переменной вывода (как взвешенное среднее z_1 и z_2):

$$z_0 = \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (2).$$

Нечеткая модель типа Сугэно

Исходный набор правил представляется в виде

R_i : если x есть A_i , тогда z есть z_i , $i = 1, 2, \dots, n$,

где $z_i = z(x)$.

Или подробнее

R_1 : ЕСЛИ x_1 это A_{11} ... И ... x_n это A_{1n} , ТО z это $z_1 = A_{11} x_1 + \dots + A_{1n} x_n$

...

R_i : ЕСЛИ x_1 это A_{i1} ... И ... x_n это A_{in} , ТО z это z_i

...

R_m : ЕСЛИ x_1 это A_{m1} ... И ... x_n это A_{mn} , ТО z это z_m ,

Алгоритм состоит всего из двух этапов. Первый этап идентичен первому этапу алгоритма Мамдани. На втором этапе находится (четкое) значение переменной вывода:

$$z_0 = \frac{\sum_{i=1}^m z_i a_i}{\sum_{i=1}^m a_i}.$$

Таким образом, база знаний в модели типа Сугэно является гибридной — ее правила содержат посылки в виде нечетких множеств и заключения в виде четкой линейной функции. База знаний может трактоваться как некоторое разбиение пространства влияющих факторов на нечеткие подобласти, в каждой из которых значение функции отклика рассчитывается как линейная комбинация входов. Правила являются своего рода переключателями с одного линейного закона «входы–выход» на другой, тоже линейный. Границы подобластей размытые, следовательно, одновременно могут выполняться несколько линейных законов, но с различными весами. Результирующее значение выхода u определяется как суперпозиция линейных зависимостей, выполняемых в данной точке n -мерного факторного пространства. Это может быть взвешенное среднее или взвешенная сумма.

Модели типа Мамдани и типа Сугэно будут идентичными, когда заключения правил заданы четкими числами, т. е. в случае, если:

1) термы выходной переменной в модели типа Мамдани задаются синглтонами — нечеткими аналогами четких чисел. В этом случае степени принадлежности для всех элементов универсального множества равны нулю, за исключением одного со степенью принадлежности равной единице;

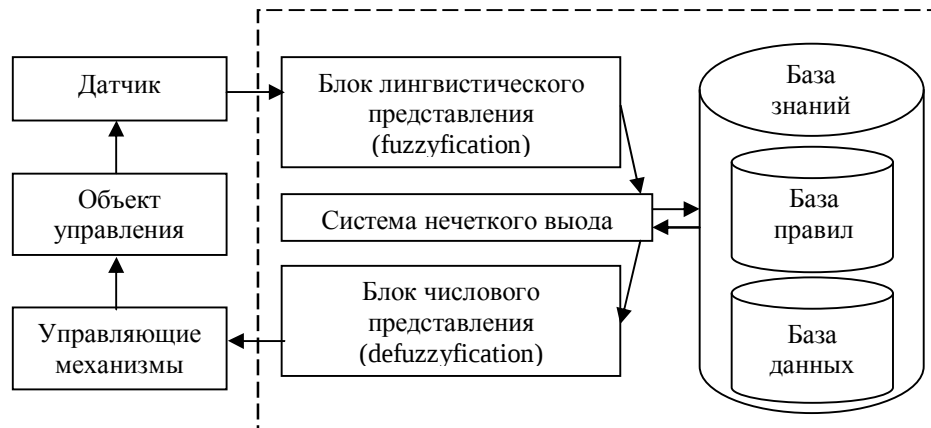
2) заключения правил в базе знаний модели типа Сугэно заданы функциями, в которых все коэффициенты при входных переменных равны нулю.

Структура нечёткой системы управления

Нечеткая система – это система, особенностью описания которой является:

- нечеткая спецификация параметров;
- нечеткое описание входных и выходных переменных системы;
- нечеткое описание функционирования системы на основе продукционных «ЕСЛИ...ТО...»правил.

Важнейшим классом нечетких систем являются нечеткие системы управления. Одним из важнейших компонентов нечёткой системы управления является база знаний, которая представляет собой совокупность нечетких правил «ЕСЛИ-ТО», определяющих взаимосвязь между входами и выходами исследуемой системы.



Наполнение базы правил

При традиционном нечетком управлении осуществляется параллельная обработка большого числа правил, а не непрерывное выполнение последовательных предписаний типа нечеткого алгоритма. На практике применение правил сводится к нечетким выводам в нечеткой логике. Составляются несколько правил, результаты отдельных выводов по которым обобщаются, и полученный результат преобразуется в числовое значение (задающую величину) для ввода в оборудование, которое является объектом управления. Возможен также способ нечеткого управления с выбором только одного наиболее подходящего правила. Правила описываются с помощью неопределенных слов и называются правилами нечеткого управления.

Основные способы составления правил нечеткого управления:

- на основе опыта и знаний эксперта;
- путем создания модели действий оператора на существующем оборудовании;
- путем обучения на реальном оборудовании или адекватной модели;
- при разработке нечёткой модели работы оборудования.

В первом случае методом вопросов и ответов в словесном виде извлекаются опыт квалифицированного оператора и знания инженера по управлению, которые затем обобщаются в виде правил нечеткого управления в форме «если ... то». Второй способ используется в случаях, когда от экспертов не удастся получить правила в словесном выражении. Например, когда оператор запоминает манипуляции в виде движений рук, но представить их на языковом уровне затрудняется. В таком случае ему поручается выполнение операции и из хронометрированных данных воссоздается ситуация. Если действия оператора можно смоделировать в форме «если ... то», их можно непосредственно использовать в качестве правил управления. Третий способ эффективен в случаях, когда можно провести эксперимент на реальном оборудовании или на имитационной модели. Правила нечеткого управления в этом случае можно формировать начиная «с нуля», когда еще нет ни одного правила, или в соответствии с изменением среды постепенно улучшать их за счет обучения «на ошибках», посредством анализа результатов управления.

Применимость нечёткого управления

В общих словах определим области применения нечеткого управления. Использование нечеткого управления рекомендуется для очень сложных процессов, когда не существует простой математической модели для нелинейных процессов высоких порядков, если должна производиться обработка (лингвистически сформулированных) экспертных знаний. Использование нечеткого управления не рекомендуется, если приемлемый результат может быть получен с помощью общей теории управления, уже существует формализованная и адекватная математическая модель.